

# Simulation der Hertz'schen Pressung während der Biegeumformung

Dipl.-Ing. (FH) Marco Thomisch, Markus Pierro, Dr. Wolfgang Rimkus,  
Prof. Dr.-Ing. Markus Kley

Hochschule Aalen, Fakultät Maschinenbau und Werkstofftechnik, Institut für Antriebstechnik,  
Beethovenstr. 1, 73430 Aalen

marco.thomisch@hs-aalen.de

*Schlagnörter: Hertz'sche Pressung, Drahtrollbiegen, Eigenspannungen, FEM, LS-DYNA©*

*Keywords: Hertzian pressure, wire roll bending, residual stresses, FEA, LS-DYNA©*

## Abstract

Bei den meisten Umformprozessen treten neben den Spannungen durch die ursächlich gewollte Umformung zusätzliche Spannungen aufgrund sekundärer Effekte auf. Ein häufig vernachlässigter Mechanismus ist die Hertz'sche Pressung. Vorliegender Artikel beschäftigt sich mit den modelltechnischen Grundlagen zur numerischen Simulation der Hertz'schen Pressung während eines exemplarischen plastischen Biegeumformprozesses auf Basis des Drei-Punkt-Biegeversuchs.

Zusammenfassend kann festgehalten werden, dass die Hertz'sche Pressung mit einem Drei-Punkt-Biegeversuch für unterschiedliche Kontaktmodelle mit der aufgezeigten numerischen Modellierung realitätsnah simuliert werden kann. Speziell der Verlauf der Spannungen über die unterschiedlichen Koordinaten und über der Zeit lässt sich plausibel darstellen. Interessant ist der Spannungsverlauf in Abhängigkeit des Verformungswegs. Hier zeigt sich sehr gut, dass die Höhe der Hertz'schen Pressung nicht nur maßgeblich durch die Höhe der Kraft bestimmt wird. Durch die ständig veränderlichen Randbedingungen wie Größe der Kontaktfläche oder Kontaktgeometrie ist das Problem vielschichtiger. Der Vergleich der unterschiedlichen Kontaktarten zeigt ebenfalls gewisse Unterschiede. Diesem Umstand ist im Rahmen der Modellbildung bereits kritisch Rechnung zu tragen, da die Kontaktart entscheidend für die Höhe der Hertz'schen Pressung ist. Für eine numerische Simulation der Hertz'schen Pressung sollten lediglich Kontaktarten verwendet werden, welche auf eine Penetration, egal in welche Richtung Rücksicht nehmen. Die Untersuchung hat gezeigt, dass durch die Verwendung eines ONE WAY Kontakts unter Umständen zu kleine Spannungen berechnet werden. Eine rein analytische Berechnung der Hertz'schen Pressung ist wegen der fehlenden Berücksichtigung der Umformung an sich als auch wegen der umfangreichen Deformation im Kontaktbereich für vergleichbare Prozesse nicht zu empfehlen.

# 1 Einleitung und Problemstellung

Bei den meisten Umformprozessen treten neben den Spannungen durch die ursächlich gewollte Umformung zusätzliche Spannungen aufgrund sekundärer Effekte auf. Ein häufig vernachlässigter Mechanismus ist die Hertz'sche Pressung. Durch den lokalen Kontakt zwischen Umformwerkzeug und Werkstück beschränkt sich diese Spannung auf eben diese Kontaktbereiche mit einer begrenzten Eindringtiefe ins Material von wenigen Zehntelmillimeter senkrecht zur Oberfläche. Für einfache geometrische Kontaktsituationen, wie beispielsweise Kugel auf Ebene oder Zylinder auf Zylinder stehen dem geneigten Anwender langjährig verifizierte analytische Formeln zur Bestimmung der Spannungen und deren geometrischem Verlauf zur Verfügung. Sobald allerdings von diesen Standardsituationen abgewichen wird, ist eine einfache analytische Ermittlung normalerweise nicht möglich. Alternativ hierzu kann eine numerische Simulation der entsprechenden Belastungssituation durchgeführt werden. Hierfür ist allerdings eine Vielzahl an modelltechnischen Entscheidungen hinsichtlich des Aufbaus und der Auswertung (Pre- und Postprocessing) zu treffen. Vorliegender Artikel beschäftigt sich mit diesen modelltechnischen Grundlagen zur numerischen Simulation der Hertz'schen Pressung während eines exemplarischen plastischen Biegeumformprozesses auf Basis des Drei-Punkt-Biegeversuchs, Abbildung 1.

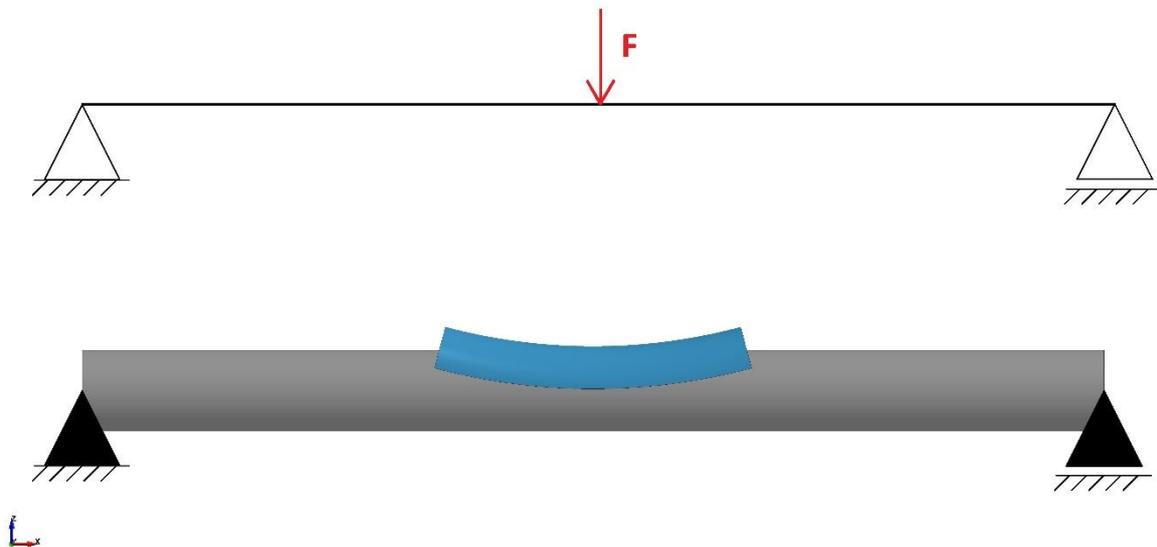


Abbildung 1: Modellübersicht

## 2 Stand der Technik

Die grundlegenden Zusammenhänge zur Hertz'schen Pressung basieren auf den Arbeiten von HERTZ aus den Jahren 1881 und 1882 [1, 2]. Beide Publikationen beschäftigen sich mit der grundlegenden analytischen Formulierung der Flächenpressung zwischen geometrisch einfach definier-

ten Körpern wie Kugel, Zylinder und ebener Fläche. Hauptsächlich Anwendung finden diese Zusammenhänge bei der Berechnung und Auslegung von Wälzlagerungen [3]. Aufbauend auf der Hertz'schen Berechnung erfolgten in den darauf folgenden Jahren weitere detailliertere Untersuchungen, die sich insbesondere mit der geometrischen Verteilung der Pressung, der Abplattung (plastische Verformung) der Körper in der Kontaktzone oder der Übertragung auf komplexere Geometrien beschäftigen [4, 5]. Für konkrete Anwendungen existieren häufig entsprechend zugeschnittene Vorarbeiten mit Finite-Element-Simulationen oder Mehrkörper-Modellierungen. Exemplarisch sei hier lediglich auf die beiden Arbeiten von HIPPMANN [6] und WEIS [7] verwiesen. Hinsichtlich der Grundlagen zur Modellierung von individuellen FE-Simulationen zur Untersuchung der Hertz'schen Pressung während der Umformung ist bisher wenig Literatur verfügbar. Ziel des vorliegenden Artikels ist die Darstellung der durchgeführten Simulationen mit entsprechenden Empfehlungen für ähnliche Berechnungen und dem Vergleich zur näherungsweise analytischen Lösung.

### 3 Untersuchung

#### 3.1 Werkstoffkenngrößen

Für die Untersuchung wird ein nicht näher spezifizierter hochfester Stahl zu Grunde gelegt, Tabelle 1.

Tabelle 1: Werkstoffkennwerte

$R_{p0,2}$ [MPa]	$R_{p0,1}$ [MPa]	$R_m$ [MPa]	$E$ [MPa]	$\nu$ [-]
1.750	1.680	1.900	206.000	0,3

#### 3.2 Analytisches Modell

Sowohl zur ersten Abschätzung als auch zum späteren Vergleich zu den Ergebnissen der Finiten-Element Berechnung wird ein analytisches Modell erstellt. Grundlage für das Modell sind die Hertz'schen Zusammenhänge [1, 2]. Die vorliegende Belastung kann am sinnvollsten mit dem Standardfall „Zylinder auf Zylinder“ beschrieben werden, da der Draht selbst im unverformten Zustand durch einen Zylinder mit unendlich großem Radius beschrieben werden kann. Bei folgenden Formeln beschreibt der Index 1 die Umformrolle und der Index 2 den Draht. Die Rolle wird sowohl im Modell als auch im Rahmen der analytischen Berechnung als verformungsfrei angenommen. Dies kann nur durch die Wahl eines entsprechend großen Elastizitätsmoduls (hier  $2,06 \cdot 10^{15}$  MPa) ermöglicht werden. Der Vergleichsmodul errechnet sich nach folgendem Zusammenhang:

$$E_{Ers} = \frac{E_1 \cdot E_2}{E_1 + E_2} = \frac{206.000 \text{ MPa} \cdot 2,06 \cdot 10^{15} \text{ MPa}}{206.000 \text{ MPa} + 2,06 \cdot 10^{15} \text{ MPa}} = 412.000 \text{ MPa}$$

Die Kontaktlänge verläuft lediglich über die oberen 180° des Drahtumfangs und errechnet sich dann nach:

$$l_{tats} = 2\pi r_{\text{Draht}} \cdot 0,5$$

Die Hertz'sche Pressung errechnet sich nach folgendem Zusammenhang:

$$p_H = p_H(f) = \sqrt{\frac{F(f) \cdot E_{Ers} \cdot (r_1 + r_2(f))}{2 \cdot \pi \cdot r_1 \cdot r_2(f) \cdot l_{tats} \cdot (1 - \nu^2)}}$$

Sowohl die Kraft  $F(f)$  als auch der Biegeradius des Drahts  $r_2(f)$  sind von der Durchbiegung  $f$  des Drahts abhängig, was die Berechnung der Hertz'schen Pressung entsprechend als Funktion der Durchbiegung beschreiben lässt. Entsprechend der Hertz'schen Veröffentlichungen sind noch mathematische Zusammenhänge für die Ausbreitung der Spannungen bzw. Pressungen berechenbar. Da dies nicht Gegenstand dieser Untersuchung ist, wird hierzu auf die bereits verwiesene Literatur verwiesen.

### 3.3 Finite-Element Modell

Die Modellierung und Simulation des Drei-Punkt-Biegeversuchs wird mit dem FE-Programmpaket LS-DYNA© durchgeführt. Eine der maßgebenden Entscheidungen bei der Modellierung (Pre- und Postprocessing) ist die Definition des Modellverhaltens im Kontaktbereich. Insgesamt werden fünf verschiedene Kontaktarten untersucht, wovon jeweils drei sogenannte automatische (1. AUTOMATIC SURFACE TO SURFACE, 2. AUTOMATIC ONE WAY SURFACE TO SURFACE, 3. AUTOMATIC SINGLE SURFACE) und zwei nicht-automatische Kontakte (4. SURFACE TO SURFACE, 5. ONE WAY SURFACE TO SURFACE) gewählt werden. Für alle fünf Simulationen wird dasselbe Grundmodell verwendet, lediglich die Kontaktart wird variiert. Anschließend werden die Ergebnisse der Simulationen untereinander verglichen und der angenäherten analytischen Lösung gegenübergestellt.

#### 3.3.1 Kontaktarten

Wie bereits erwähnt, wird zwischen automatischen und nicht automatischen Kontaktarten unterschieden. Automatische Kontaktalgorithmen haben den Vorteil, dass keine bestimmte Richtung für die Penetration vorgeschrieben ist. Somit ist es egal, von welcher Seite aus die Körper bzw. Flächen sich durchdringen.

Die Kontaktart ONE WAY prüft lediglich die als „Slave“ definierten Bereiche auf Durchdringung von den als Master ausgewiesenen Bereich ab. Üblicherweise werden bei Umformsimulationen die Starrkörper (hier die Umformrolle) als Master definiert. Vorteil dieser Kontaktart ist die effiziente Berechnung, d. h. die Rechenzeit ist, verglichen mit anderen Kontaktarten, relativ kurz.

Bei SURFACE TO SURFACE Kontakten findet nicht nur eine Überprüfung der „Slave“ Bereiche hinsichtlich Penetration durch „Master“ Bereiche statt. Zusätzlich wird auch umgekehrt, also die „Master“ Bereiche auf Durchdringung durch „Slave“ Bereiche geprüft.

SINGLE SURFACE ist eine häufig verwendete Kontaktart. Bei der Definition sind alle betroffenen Bauteile bzw. Flächen als Slave auszuweisen. Eine Festlegung für Master-Bauteile ist nicht nötig. Verglichen mit der Kontaktart SURFACE TO SURFACE findet hier noch eine Prüfung der Bauteile an sich statt. Bei den beiden vorangegangenen Kontakten ist eine Durchdringung des Drahts durch sich selbst möglich. Bei SINGLE SURFACE reagiert die Kontaktsteuerung auf solche Situationen. Die Ergebnisse bei Verwendung dieser Kontaktart sind erfahrungsgemäß sehr akkurat und robust. Allerdings ist diese Kontaktart auch die, mit der höchsten benötigten Rechenzeit.

### **3.3.2 Modellaufbau**

Das FE-Modell ist aus einem 50 mm langen Draht mit Durchmesser 4 mm und einer Umformrolle mit Durchmesser 30 mm aufgebaut. Um eine Verschiebung des Drahts während des Umformprozesses zu verhindern, wird die mittlere horizontale Knotenreihe in Drahtmitte (entspricht der y-Achse) in drahtaxialer Richtung (x-Achse) festgehalten. Zusätzlich werden die mittleren horizontalen Knotenreihen an den Drahtenden in y- und z-Richtung festgehalten. Zusätzlich wird an diesen Lagerstellen eine Drehung um die x-Achse gesperrt. Diese Randbedingungen entsprechen einer nicht näher spezifizierten Lagerung wie in Abbildung 1 abgebildet. Die Umformrolle hat zu Simulationsbeginn einen vertikalen Abstand (z-Richtung) zum Draht von 0,1 mm, Abbildung 3. Eine direkte Berührung von Rolle und Draht wird dadurch vermieden und ungewollte Effekte aus der Kontaktdefinition treten zu Beginn der Simulation nicht auf. Um Rechenzeit zu sparen umfasst das Modell der Umformrolle nur die unteren 30° der realen Rolle. Die Umschlingung der Rolle ist für alle Simulationen nicht größer als dieses Segment erlaubt. Trotz vorhandener Symmetrie des Gesamtmodells in der y- und z-Richtung wird kein Halb- bzw. Viertelmodell verwendet. Hiervon ist abzuraten, da sich speziell die zu untersuchende Kontaktzone exakt in den dann wegfallenden Bereichen befindet. Als Elementtyp werden sowohl für Draht und Umformrolle vollintegrierte Volumenelemente mit acht Integrationspunkten gewählt. Die Integrationspunkte befinden sich in z-Richtung auf zwei Ebenen wovon jede Ebene einen vertikalen Abstand zur Elementmitte von  $1/\sqrt{3}$  der Elementhöhe hat, Abbildung 2.

## ELFORM = -1

- identical with type 2, but accounted for poor aspect ratio in order to reduce shear locking
- „efficient formulation“
- sometimes hourglass tendencies

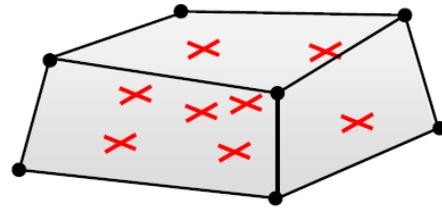


Abbildung 2: Definition der Integrationspunkte bei vollintegrierten Volumenelementen [8]

Die errechneten Spannungen beziehen sich stets auf die Integrationspunkte im Modell, das heißt um die Spannungen an der Modelloberfläche zu erhalten, muss durch Extrapolation eine analytische Näherungsrechnung durchgeführt werden. Bei entsprechend kleiner Elementwahl kann hierauf verzichtet werden, da der Fehler gering (ca. 0,1 %) ist. Alternativ zu den Solid-Elementen wäre eine Modellierung mit Schalenelementen denkbar. Bisherige Untersuchungen zur Hertz'schen Pressung mit diesen Elementen haben allerdings gezeigt, dass deren Verwendung zu ungenauen bzw. falschen Ergebnissen führt. Dies ist mitunter auf die fehlende Schalendicke zurückzuführen; es ist lediglich eine fiktive Schalendicke implementierbar: Durch die gekrümmte Rolle ergibt sich an der Rollenoberfläche eine Überlagerung der Randregionen der Schalenelemente. Über den Querschnitt des Drahts sind sowohl in  $y$ -, als auch  $z$ -Richtung 24 Elemente verteilt, Abbildung 3.

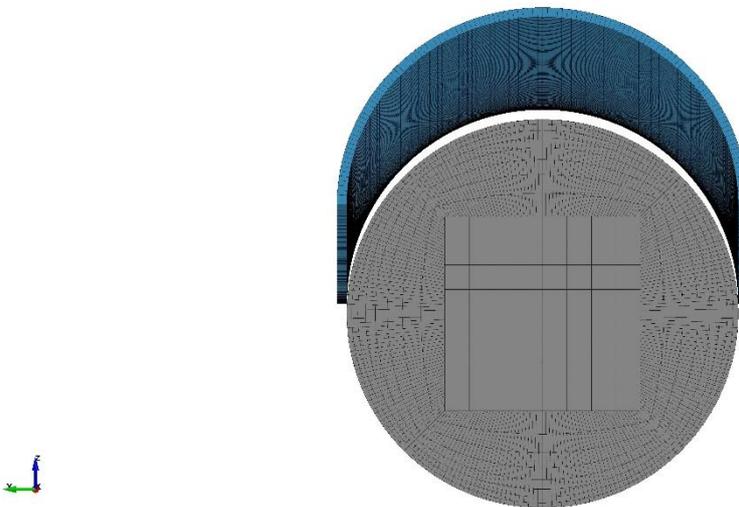


Abbildung 3: Drahtquerschnitt FE-Modell

Für exakte Ergebnisse und aufgrund der begrenzten Eindringtiefe der Hertz'schen Pressung nimmt die Elementgröße zur Oberfläche hin ab. Die Randelemente haben in der  $y$ - $z$ -Ebene eine Kantenlänge von etwa 0,05 mm. Insgesamt sind 256 Elemente über den Umfang verteilt, wovon sich die Hälfte, also 128 Elemente, im Kontakt mit der Umformrolle befinden. Die Elemente der Umformrolle haben ähnliche Abmessungen, was in Anbetracht der komplexen Kontaktsituation als obliga-

torisch betrachtet wird. Die Umformung des Drahts wird durch eine definierte Bewegung der Umformrolle vorgegeben. Die maximale Durchbiegung beträgt dabei 4 mm, was einer maximalen Dehnung von etwa 7 % an der Drahtaußenseite entspricht. Die Verformungszeit beträgt 4 ms. Da hier keine zeitabhängigen Effekte untersucht werden sollen und die hier verwendeten Materialmodelle dies ebenfalls nicht berücksichtigen, ist die Umformzeit ohne direkte Relevanz. Aufgrund der großen Verformung werden die Simulationen mit explizitem Berechnungsalgorithmus durchgeführt, was zusätzlich zu einer Reduzierung der Rechenzeit führt. Die Zeitschrittgröße ist mit  $3,6 \times 10^{-6}$  Sekunden ausgewiesen. Für das Modell werden zwei unterschiedliche Materialkarten verwendet. Die Rolle wird als starr angenommen, was zur Verwendung der Materialkarte 20 (solid) führt. Der Draht selbst wird mit der Materialkarte 24 (piecewise linear plasticity) als verfestigendes Material angenommen, d. h. der elastische Bereich wird mit einer Hooke'schen Geraden gebildet, woran sich eine Fließkurve anschließt. Diese Fließkurve ist durch acht Punkte charakterisiert.

## 4 Untersuchungsergebnisse

Mit Hilfe der Hertz'schen Gleichungen lässt sich aus den oben aufgeführten Angaben die maximale Flächenpressung für die angenommene Kontaktsituation Zylinder auf Zylinder analytisch berechnen. Die numerische Lösung wird durch Auswertung der Simulationsmodelle an den jeweiligen Integrationspunkten der Volumenelemente ermittelt. Entsprechend sind die ermittelten Spannungen keine Oberflächenspannungen, da die Integrationspunkte im Volumenelement liegen. Da die Elementgröße sehr klein gewählt ist, hat dies keinen Einfluss auf die Ergebnisqualität.

Für alle fünf Kontaktarten sowie für die analytische Berechnung liegt der Verlauf der Hertz'schen Pressung über der Durchbiegung des Drahtsegments vor. Die Durchbiegung kann hier stellvertretend für die Dehnung bzw. Stauchung des Drahts oder auch für die linear ablaufende Umformzeit gesehen werden. Folgendes Diagramm zeigt die Verläufe der Pressung an der Kräfteinleitungsstelle (siehe Abbildung 2).

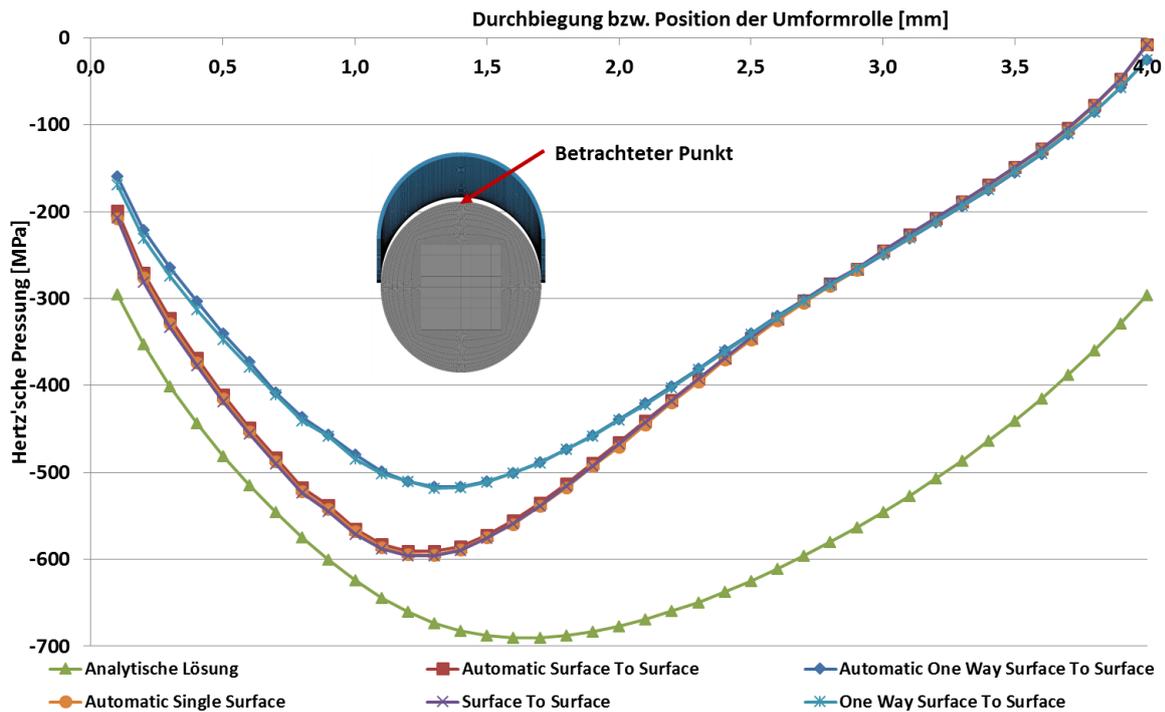


Abbildung 4: Verlauf der Hertz'schen Pressung über der Durchbiegung

Alle sechs Auswertungen führen beim Drei-Punkt-Biegeversuch zu qualitativ ähnlichen Verläufen der Hertz'schen Pressung: Die Kurven erreichen ihren Extremwert zwischen einer Durchbiegung von 1,1 mm und 1,7 mm. Folgende Tabelle 2 zeigt die Ergebnisse für die jeweilige Kurve.

Tabelle 2: Ergebnisse Berechnung der Hertz'schen Pressung

Modell	Durchbiegung (Maximum)	Spannung (Maximum)
Analytische Rechnung	1,64 mm	-690,3 MPa
1. Automatic Surface to Surface	1,25 mm	-592,3 MPa
2. Automatic One Way	1,36 mm	-516,9 MPa
3. Automatic Single Surface	1,25 mm	-597,8 MPa
4. Surface to Surface	1,24 mm	-597,6 MPa
5. One Way	1,33 mm	-518,9 MPa

## 5 Diskussion

Die Graphen in Abbildung 4 zeigen anfänglich eine Zunahme mit anschließendem Extremwert und abschließender Abnahme der Hertz'schen Pressung. Grund hierfür ist die ab dem erreichten

Maximum einsetzende, im Vergleich zur Kontaktkraft, überproportionale Zunahme der Kontaktfläche. Folglich kommt es ab dem Extremwert zu einer dem Betrage nach stetigen Abnahme der Hertz'schen Pressung. Bei der analytischen Berechnung wird die Vergrößerung der Kontaktfläche durch das Produkt der beiden Radien im Nenner berücksichtigt. Das Spannungsniveau an sich befindet sich zwischen 500 und 700 MPa. Bei vielen Stählen mit niedriger Streckgrenze kann dieses Spannungsniveau zu plastischen Verformungen führen bzw. Eigenspannungen in das Bauteil einbringen.

Beim Vergleich der numerischen mit der analytischen Graphen lässt sich feststellen, dass die numerischen Ergebnisse generell niedrigere absolute Spannungen aufweisen. Die erklärt sich damit, dass beim analytischen Fall keine Durchbiegung des Drahts berücksichtigt wird. Entsprechend wird hier die gesamte Kraft in die Pressung eingebracht was entsprechend zu höheren Spannungen führt. Des Weiteren ist festzustellen, dass das Spannungsmaximum zu einem späteren Zeitpunkt erreicht wird als bei allen numerischen Simulationen. Hauptgrund hierfür ist die nicht vorhandene Berücksichtigung der lokalen Deformation (Eindrücken) der Kontaktstelle. Entsprechend nimmt die Kontaktfläche auch erst zeitlich versetzt überproportional zu als bei den numerischen Ergebnissen.

Vergleicht man die numerischen Ergebnisse untereinander, fällt auf, dass sowohl ONE WAY als auch AUTOMATIC ONE WAY lediglich ein Spannungsniveau von 87 % der anderen Kontaktarten erreichen. Das Maximum wird auch erst bei 1,36 mm Durchbiegung erreicht (verglichen mit 1,25 mm bei den anderen Kontakten). Der Algorithmus des ONE WAY Kontakts reagiert erst, sobald eine Durchdringung der Slave-Bereiche (hier der Draht) durch die Master-Bereiche (hier die Umformrolle) erfolgt. Insbesondere in den seitlichen Berührungsbereichen ist eine vorherige Durchdringung der Umformrolle (Master) durch den Draht (Slave) nicht auszuschließen. Entsprechend findet auch die Verformung zeitversetzt zu den drei SURFACE Kontakten ein. Dies zeigt sich ebenfalls durch das spätere Erreichen des Kurvenextrems. Nachdem die Durchbiegung des Drahts über zwei Millimeter beträgt, sind die Kontaktbereiche zwischen Draht und Rolle bzw. die Umschlingung der Rolle durch den Draht relativ groß. Entsprechend spielt die Wahl des Kontakts keine signifikante Rolle mehr und alle fünf numerischen Ergebniskurven haben denselben Verlauf.

Zusammenfassend kann festgehalten werden, dass die Hertz'sche Pressung mit einem Drei-Punkt-Biegeversuch für unterschiedliche Kontaktmodelle mit der aufgezeigten numerischen Modellierung realitätsnah simuliert werden kann. Speziell der Verlauf der Spannungen über die unterschiedlichen Koordinaten und über der Zeit lässt sich plausibel darstellen. Interessant ist der Spannungsverlauf in Abhängigkeit des Verformungswegs. Hier zeigt sich sehr gut, dass die Höhe der Hertz'schen Pressung nicht nur maßgeblich durch die Höhe der Kraft bestimmt wird. Durch die

ständig veränderlichen Randbedingungen wie Größe der Kontaktfläche oder Kontaktgeometrie ist das Problem vielschichtiger. Der Vergleich der unterschiedlichen Kontaktarten zeigt ebenfalls gewisse Unterschiede. Diesem Umstand ist im Rahmen der Modellbildung bereits kritisch Rechnung zu tragen, da die Kontaktart entscheidend für die Höhe der Hertz'schen Pressung ist.

Für eine numerische Simulation der Hertz'schen Pressung sollten lediglich Kontaktarten verwendet werden, welche auf eine Penetration, egal in welcher Richtung Rücksicht nehmen. Die Untersuchung hat gezeigt, dass durch die Verwendung eines ONE WAY Kontakts unter Umständen zu kleine Spannungen berechnet werden.

Eine rein analytische Berechnung der Hertz'schen Pressung ist wegen der fehlenden Berücksichtigung der Umformung an sich als auch wegen der umfangreichen Deformation im Kontaktbereich für vergleichbare Prozesse nicht zu empfehlen.

## Literatur

[1] Hertz, H.: Über die Berührung fester elastischer Körper. Journal für die reine und angewandte Mathematik 92 (1881), S. 156-171.

[2] Hertz, H.: Über die Berührung fester elastischer Körper und über die Härte. Verhandlungen des Vereins zur Beförderung des Gewerbfließens 61 (1882), S. 449-463.

[3] Brändlein, J.; Eschmann, P.; Hasbargen, L.: Die Wälzlagerpraxis. Handbuch für die Berechnung und Gestaltung von Lagerungen. Mainz: Vereinigte Fachverlage GmbH (2009)

[4] Kleeberg, J.: Untersuchungen zur Oberflächenbelastung der Walzen von Gutbett-Walzenmühlen. Dissertation, Freiberg (2007)

[5] Faber, I.: Theoretische und experimentelle Untersuchung der Flügelkopfreibung in einer Flügelzellenpumpe. Dissertation, Bochum (2005)

[6] Hippmann, G.: Modellierung von Kontakten komplex geformter Körper in der Mehrkörperdynamik. Dissertation, Wien (2004)

[7] Weis, J. C.: Parameterstudie der Kontaktspannungen in zugbelasteten Drahtseilen basierend auf der Finite-Elemente-Methode Dissertation, Stuttgart (2015)

[8] Erhart, T.: Review of solid element formulations in LS-DYNA Properties, limits, advantages, disadvantages. LS-DYNA Forum (2011)