

Ermüdungsfestigkeitsnachweis für Federn und Federelemente

Einleitung

Die zulässige Spannungsamplitude von Federn und Federelementen abhängig von den Betriebsbedingungen zu berechnen, ist ein schwieriges Unterfangen. Zeit- und kostenintensive Dauerschwingversuche an Federn und Federelementen sind daher häufig der einzige Weg, um die Eignung einer Feder für den jeweiligen Anwendungsfall nachzuweisen.

In 2017 wurde ein gemeinsames Forschungsprojekt IGF18495 zwischen der Technischen Universität Ilmenau und der Technischen Universität Darmstadt mit dem Titel „Rechnerischer Festigkeitsnachweis für Federn und Federelemente“ [IGF18495] abgeschlossen. Ziel des Forschungsprojektes war die Entwicklung eines Berechnungsalgorithmus zum rechnerischen Festigkeitsnachweis für Federn und Federelemente unter Berücksichtigung der federspezifischen Einflussgrößen. Grundlage für den Berechnungsalgorithmus lieferte die Herangehensweise für den Ermüdungsfestigkeitsnachweis nach FKM Auflage 6 [FKM12] mit örtlichen Spannungen.

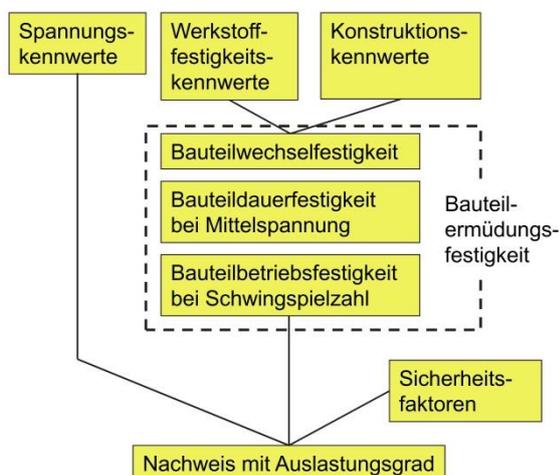


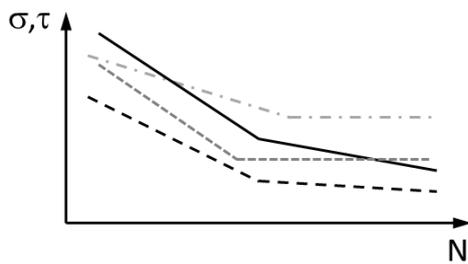
Abbildung 1: Allgemeine Vorgehensweise des Ermüdungsfestigkeitsnachweises nach FKM Auflage 6 [FKM12]

Die FKM-Richtlinie „Rechnerischer Festigkeitsnachweis für Maschinenbauteile“ [FKM12] beschreibt eine allgemeingültige Vorgehensweise zum Festigkeitsnachweis für verschiedenste Maschinenbauteile. Beim Festigkeitsnachweis werden die Spannungskennwerte für die im Bauteil auftretende Beanspruchung und die aus den Werkstoff-Festigkeitskennwerten und den Konstruktionskennwerten abgeleiteten Bauteilfestigkeitskennwerte unter Berücksichtigung von Sicherheitsfaktoren gegenübergestellt. Der Festigkeitsnachweis ist erbracht, wenn sich aus den Spannungskennwerten und den Bauteilfestigkeitskennwerten unter Berücksichtigung von Sicherheitsfaktoren ein Quotient (Auslastungsgrad a) kleiner oder gleich eins ergibt.

Allgemeines

Beim klassischen Ermüdungsfestigkeitsnachweis von Federn und Federelementen wird die einwirkende Amplitude einer Einstufenbelastung einer ertragbaren Spannungsamplitude aus einer zugehörigen Wöhlerlinie oder einem Dauerfestigkeitsschaubild [EN13906] gegenübergestellt. Die Verwendung von experimentell ermittelten Wöhlerlinien ist hierbei der Verwendung von synthetischen Wöhlerlinien in der Regel vorzuziehen, da diese integral alle Einflüsse aus Material, Herstellung und Nachbearbeitung berücksichtigen. Sie sind allerdings nur für den speziell geprüften Federtyp gültig und können sich in ihren charakteristischen Werten wie Neigung und Abknickpunkt der Wöhlerlinie deutlich von anderen Federtypen unterscheiden (vgl. *Abbildung 2 a*).

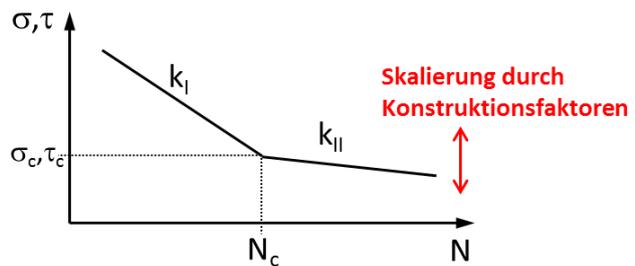
Bauteilbezogene Auslegung



a)

Abbildung 2: a) bauteilspezifische Wöhlerlinie mit integralen Einflüssen
b) parametrisierte Wöhlerlinie nach FKM-Richtlinie [FKM12]

Auslegung nach FKM



b)

Der Grundgedanke der FKM-Richtlinie besteht darin, Wöhlerlinien in parametrisierter Form anzugeben und Einflüsse auf die ertragbare Spannungsamplitude getrennt durch Konstruktionsfaktoren zu erfassen, welche die Wöhlerlinie in Spannungsrichtung verschieben (vgl. *Abbildung 2 b*). Es können so Einflüsse durch die Oberfläche sowie deren Behandlung mit Hilfe eines Rauheitsfaktors K_R , Rand-schichtfaktors K_V und Schutzschichtfaktors K_S und auch die Bauteilgeometrie durch Stützzahlen n auf ertragbare Spannungsamplituden im Rahmen des Festigkeitsnachweises umgerechnet werden. In der aktuellen Auflage der FKM-Richtlinie [FKM12] existieren allerdings keine federspezifischen Angaben. Zudem wurde durch die Verfasser der Anwendungsbereich auf Werkstoffe mit einer maximalen Zugfestigkeit R_m von 1250 MPa begrenzt. Federwerkstoffe weisen allerdings Zugfestigkeiten weit oberhalb dieser Grenze auf (bis zu $R_m=3200$ MPa). Eine Anwendung der FKM-Richtlinie auf Federwerkstoffe ist deshalb nicht zulässig. Würde die aktuelle Version der Richtlinie auf Federn und Federelemente angewendet werden, würden sich grob falsche Ergebnisse ergeben, da die in der Richtlinie enthaltenen Angaben das Verhalten von Federn falsch widerspiegeln.

Gründe dafür sind Übertragungsfaktoren die nicht für Materialien mit Zugfestigkeiten oberhalb von $R_m=1250$ MPa geeignet sind, die mit $N=10^6$ nach FKM festgelegte Knickpunktzyklenzahl für alle Spannungsarten und die Nichtberücksichtigung des Schwingfestigkeitsabfalls von Federn und Federelementen auch oberhalb der Knickpunktzyklenzahl. Darüber hinaus können Schwingfestigkeitszuwächse durch Druckeigenstressungen bspw. infolge einer Kugelstrahlbehandlung mit den vorhandenen Faktoren für Federn und Federelemente nicht adäquat berücksichtigt werden. Weiterhin ist die Anwendung des im Rahmen der überarbeiteten Auflage 6 der FKM-Richtlinie ergänzte Stützzahlkonzept aufgrund der meist inhomogenen Spannungsverteilung von Federn und Federelementen nur mit erhöhtem Rechenaufwand möglich.

Stützzahlkonzept

Im Rahmen dieses Stützzahlkonzeptes wird zwischen einer statistischen Stützzahl n_{st} , einer verformungsmechanischen Stützzahl n_{vm} und einer bruchmechanischen Stützzahl n_{bm} unterschieden. Aus dem Produkt der genannten Stützzahlen ergibt sich die Gesamtstützzahl n . Der Vorteil dieses Konzeptes liegt in der Berücksichtigung einer hochbeanspruchten Oberfläche, der Makrostützwirkung nach Neuber und des bezogenen Spannungsgefälles. Im Rahmen des Projektes durchgeführte Parameterstudien ergaben, dass sowohl die verformungsmechanische als auch die bruchmechanische Stützzahl aufgrund der hohen Zugfestigkeit von Federstählen nahezu keine Auswirkungen auf die ertragbaren Spannungsamplituden haben. Somit beeinflusst ausschließlich die statistische Stützzahl die ertragbare Spannungsamplitude [IGF18495].

Für die Berechnung der statistischen Stützzahl besteht folgender Zusammenhang:

$$n_{st} = \left(\frac{A_{ref, st}}{A_{st}} \right)^{\frac{1}{k_{st}}} \quad 1$$

Die statistische Stützzahl ist abhängig von einer Referenzoberfläche $A_{ref, st}$, die mit 500 mm^2 (entspricht der Oberfläche einer Normprobe) angegeben wird, der hoch beanspruchten Oberfläche des Bauteils A_{st} und dem Weibull-Exponenten k_{st} , der für die Werkstoffgruppe Stahl mit $k_{st}=30$ angegeben wird. Durch den Weibull-Exponenten k_{st} werden die Auswirkungen einer von der Referenzoberfläche $A_{ref, st}$ abweichenden Bauteiloberfläche auf die ertragbaren Spannungsamplituden beschrieben. Allerdings gilt Gleichung 1 ausschließlich für Bauteile mit einer homogen beanspruchten Oberfläche. Dies trifft für die meisten Federn und Federelemente nicht zu. Für die Anwendung des Stützzahlkonzeptes ist es daher notwendig, aus der inhomogen beanspruchten Oberfläche eine schädigungsäquivalente homogen beanspruchte Oberfläche zu bestimmen. Verwendet werden dafür allgemein Spannungsinintegrale die durch nachfolgend dargestellte Form beschrieben werden [Böh82][Zie77].

$$A_{Bt} = \int_{A_0} g_0^{k_{st}}(x, y, z) dA \quad 2$$

Grundlage dafür bildet die auf die vorliegende Maximalspannung normierte Spannungsverteilung g_0 . Das Ergebnis des Spannungsinintegrals ist weiterhin vom Weibull-Exponenten k_{st} abhängig. Das Lösen dieses Integrals ist nur in wenigen Fällen auf analytischem Wege möglich. Gerade für Schraubendruckfedern und Schenkelfedern mussten daher numerische Verfahren eingesetzt werden. Für beide Federarten ergaben sich auf diese Weise, abhängig vom Wickelverhältnis, für Federn mit einem Drahtdurchmesser $d=1,0 \text{ mm}$ und einer Drahtlänge der federnden Windungen von $l=100 \text{ mm}$ die in den Diagrammen dargestellten normierten hochbelasteten Oberflächen (siehe *Abbildung 3*).

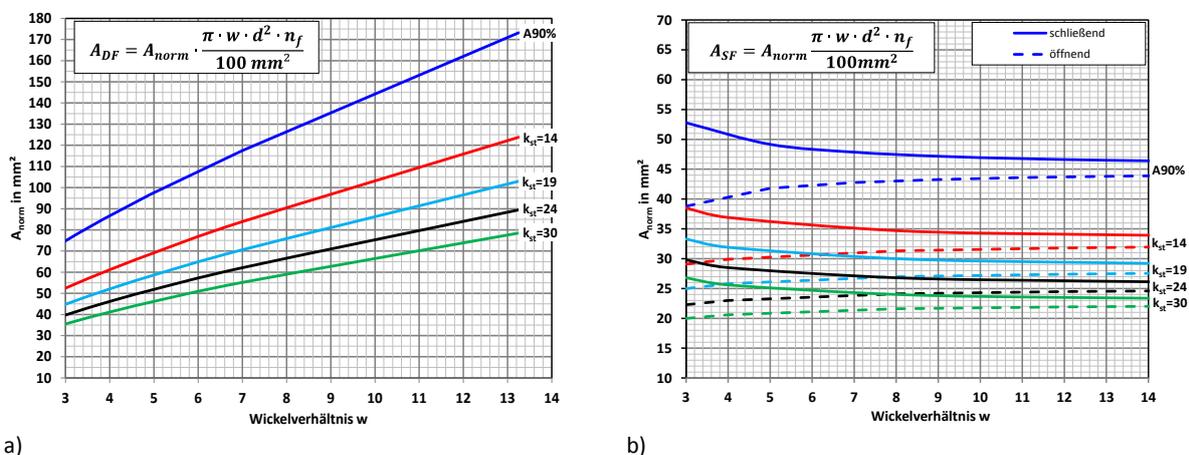


Abbildung 3: Normierte hochbelastete Oberfläche für a) zylindrische Schraubendruckfedern b) Schenkelfedern

Eine Übertragung auf die reale Federgeometrie kann mit Hilfe der in den Diagrammen dargestellten Gleichungen durchgeführt werden. Darüber hinaus wurden einfache Gleichungen aufgestellt, mit deren Hilfe der Inhalt der dargestellten Diagramme und somit die hoch beanspruchte Oberfläche für die beiden Federarten berechnet werden kann. Gleichung 1 kann somit trotz der inhomogen beanspruchten Oberfläche der betrachteten Federarten angewendet werden.

Auswertung der Datenbasis

Um die Ergebnisqualität des gegenwärtig vorliegenden Rechengangs nach FKM Auflage 6 [FKM12] für Federn und Federelemente einschätzen zu können und um mögliche Schwächen aufzudecken, wurde

eine Neuauswertung der vorhandenen Datenbasis aus abgeschlossenen Forschungsprojekten durchgeführt.

Dafür wurden die mittels Schwingversuchen ermittelten ertragbaren Spannungsamplituden ($S_{BK_Versuch}$) über den nach FKM berechneten ertragbaren Spannungsamplituden ($S_{BK_Rechnung}$) abgetragen (vgl. *Abbildung 4*). Sicherheitsfaktoren wurden zunächst auf 1 gesetzt. Aus *Abbildung 4* wird deutlich, dass teilweise erhebliche Unterschiede zwischen berechneten und versuchstechnisch ermittelten ertragbaren Spannungsamplituden bestehen.

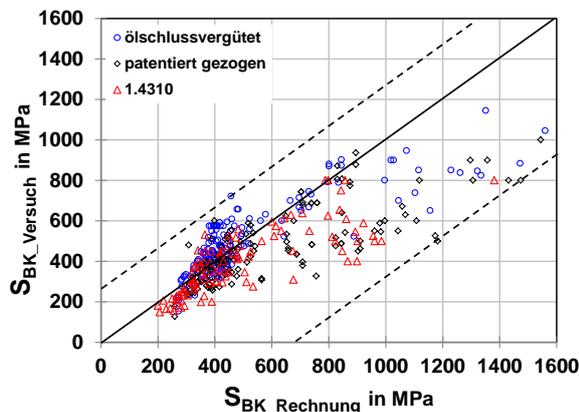


Abbildung 4: Vergleich zwischen versuchstechnisch ermittelten und berechneten ertragbaren Spannungsamplituden nach FKM Auflage 6

Vor allem bei biegebelasteten Draht-, Band- und Federproben wurden die ertragbaren Spannungsamplituden teilweise um Faktor 2 überschätzt. Dies hätte zur Folge, dass auf Basis des Rechengangs ausgelegte und gefertigte Federn und Federelemente deutlich früher als gefordert durch technischen Anriss oder Bruch versagen.

Durch die Auswertung der bereits vorliegenden Versuchsergebnisse wurde auch die Datenbasis hinsichtlich versuchstechnisch schlecht oder nicht abgedeckter Bereiche analysiert. Es konnten so weitere, für die Erstellung eines für Federn optimierten Berechnungsalgorithmus, notwendige Schwingfestigkeitsversuche ermittelt werden. Untersucht wurden Drähte und daraus hergestellte Federn im Drahtdurchmesserbereich von 3,0 bis 8,0 mm sowie Bänder und daraus hergestellte Federn im Banddickenbereich zwischen 0,2 und 1,0 mm. Die Schwingversuche wurden anteilig durch die beteiligten Forschungsstellen sowie durch Industriepartner durchgeführt. Es handelte sich dabei um zyklische 3-Punkt-Biegeversuche an Bändern, Umlaufbiegeprüfungen und zyklische Torsionswechselprüfungen an Drähten und Dauerschwingprüfungen an Schraubendruck-, Schenkel-, Flachspiral- und Rollfedern. Ergänzt wurden die Schwingversuche durch quasistatische Versuche in Form von Zug- und Torsionsversuchen, Rauheitsmessungen, Eigenspannungsmessungen, metallographische Gefügeuntersuchungen, Mikrohärtmessungen und FE Simulationen (*Abbildung 5*) sowie Aufnahmen von Verformungskennlinien an den zu untersuchenden Draht-, Band- und Federproben.

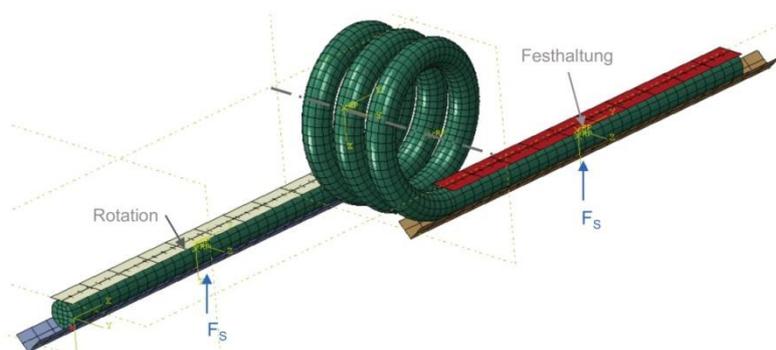


Abbildung 5: FE-Modell zur Simulation einer Schenkelfeder

Verbesserter Rechengang

Es waren verschiedene Anpassungen im bestehenden Berechnungsalgorithmus nach FKM nötig, um einen für Federn und Federelemente optimierten Rechengang unter Berücksichtigung federspezifischer Besonderheiten zu entwickeln. Folgende Anpassungen wurden durchgeführt:

- Der Weibull-Exponent k_{st} ist für alle Versuchsarten und Spannungsarten konstant, jedoch materialabhängig.
- Das Verhältnis zwischen der Mittelspannungsempfindlichkeit für Schubspannungen und Normalspannungen M_τ/M_σ beträgt 0,70. Diese Annahme wurde auf Grundlage der vorliegenden Datenbasis getroffen.
- Der Randschichtfaktor K_V wird für kugelgestrahlte Draht-, Band- und Federproben durch einen absoluten Festigkeitszuwachs ($\Delta\sigma_{ES}$, $\Delta\tau_{ES}$) ersetzt ($K_V=1$)
- das Verhältnis des kugelstrahlbedingten Zuwachses der zulässigen Spannungsamplitude für Schubspannungen $\Delta\tau_{ES}$ und Normalspannungen $\Delta\sigma_{ES}$ beträgt, analog der Mittelspannungsempfindlichkeit $\Delta\tau_{ES}/\Delta\sigma_{ES} = 0,70$.

Kugelstrahlverfahren	ohne**	gering	mittel	hoch
Festigkeitszuwachs $\Delta\sigma_{ES}$ in MPa*	0	120	190	260
Festigkeitszuwachs $\Delta\tau_{ES}$ in MPa*	0	80	130	180

* $\Delta\sigma_{ES} \approx M_\sigma \cdot \sigma_{ES}$; $\Delta\tau_{ES} \approx M_\tau \cdot \sigma_{ES}$

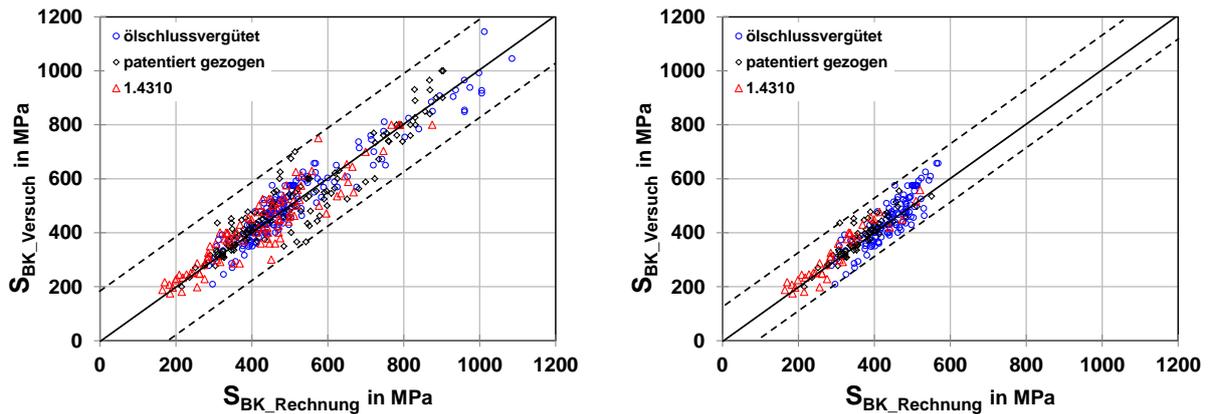
** bei Verwendung des Prinzips der Mittelspannungsverschiebung anzunehmen

- Der Knickpunkt der Wöhlerlinie ist abhängig von der Spannungsart (Normalspannung, Schubspannung). Für Schubspannungen bleibt der Knickpunkt unverändert bei $N=10^6$. Für Normalspannungen wird der Knickpunkt auf $N=10^5$ reduziert.
- Es wird von einem Schwingfestigkeitsabfall oberhalb der Knickpunktzyklenzahl ausgegangen.
- Die Neigungsexponenten für Normalspannungen k_σ und für Schubspannung k_τ sind nicht voneinander abhängig und zudem materialabhängig.
- Die Mittelspannungsempfindlichkeit wird bei kugelgestrahlten Proben, im Gegensatz zu nicht kugelgestrahlten Proben, ab einem Spannungsverhältnis $R>0$ nicht auf $M/3$ reduziert. Begründet werden kann dies mit Hilfe des Prinzips der Mittelspannungsverschiebung. Liegen infolge einer Kugelstrahlbehandlung Druckeigenstressungen beispielsweise in Schraubendruckfedern und Schenkelfedern vor, verschiebt sich die effektive Mittelspannung von Bereich III des Haigh-Diagramms deutlich in den Bereich II.

Unter den genannten Annahmen wurden die Übertragungsfaktoren

- Zugdruckwechselfestigkeitsfaktor $f_{w,\sigma}$
- Schwingfestigkeitszuwachs infolge einer Kugelstrahlbehandlung $\Delta\sigma_{ES}$, $\Delta\tau_{ES}$
- Konstante zur Bestimmung der Mittelspannungsempfindlichkeit a_M
- Neigungsexponent der Wöhlerlinie k_I und k_{II} ermittelt.

Das Ergebnis dieser Anpassungen ist in *Abbildung 6 a* für die gesamte Datenbasis und in *Abbildung 6 b* für Schraubendruckfedern als die am häufigsten genutzte Federart dargestellt. Für *Abbildung 6 a* liegen 415 und für *Abbildung 6 b* 232 statistisch ermittelte Schwingfestigkeitswerte zugrunde.



a) b)
Abbildung 6: Vergleich zwischen versuchstechnisch ermittelten und berechneten ertragbaren Spannungsamplituden nach dem neuen Rechengang für a) gesamte Datenbasis b) Schraubendruckfedern

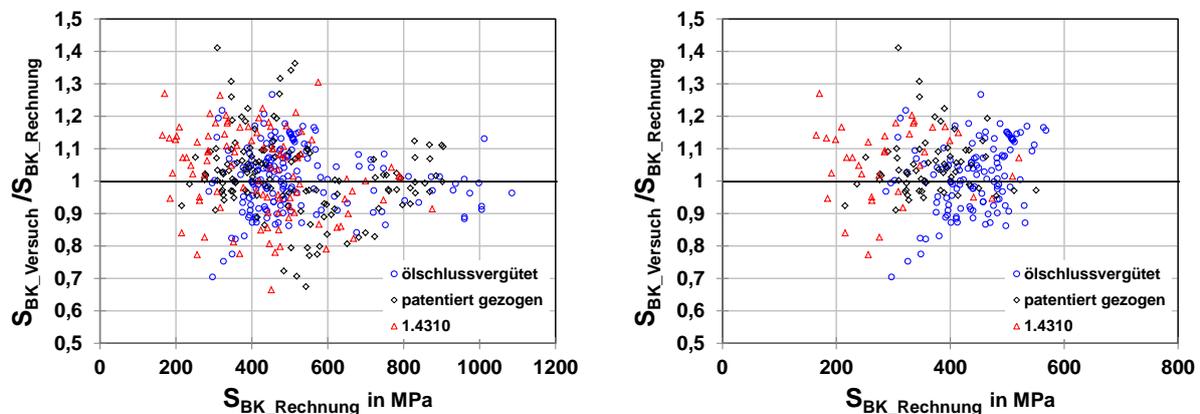
Die Ergebnisqualität des neuen Rechengangs konnte sowohl durch Anpassung der einzelnen Rechenschritte selbst als auch durch auf Federn und Federelemente optimierte Übertragungsfaktoren deutlich gesteigert werden. Für die gesamte Datenbasis reduzierte sich die mittlere Abweichung der ertragbaren Spannungsamplitude zwischen Rechnung und Versuch für Federn und Federelemente aus ölschlussvergütetem Material von ursprünglich 98 MPa auf 39 MPa, aus patentiert gezogenem Material von ursprünglich 156 MPa auf 45 MPa und aus 1.4310 von ursprünglich 120 MPa auf 45 MPa. Für einzelne Federtypen sind, wie aus *Abbildung 6 b* ersichtlich, noch deutlich kleinere mittlere Abweichungen erreichbar.

Sicherheitskonzept

Es wurde ein Sicherheitskonzept aus zwei Teilsicherheitsfaktoren entwickelt. Ein Teilsicherheitsfaktor j_{Cn} dient der Anpassung für ein erhöhtes Vertrauensniveau. Der zweite Teilsicherheitsfaktor j_s dient der Ableitung von Spannungs-Quantilen mit höherer Zuverlässigkeit.

Anpassung für ein erhöhtes Vertrauensniveau

Wie aus den vorangegangenen Ausführungen ersichtlich wurde, sind Differenzen zwischen berechneten und versuchstechnisch ermittelten ertragbaren Spannungsamplituden unvermeidbar. Eine Parameteroptimierung mittels Solver kann zwar die mittleren Abweichungen zwischen Rechnung und Versuch reduzieren, allerdings nicht gänzlich vermeiden. Eine Berücksichtigung dieser „Unschärfe“ mittels Teilsicherheitsfaktors j_{Cn} im Rahmen des Rechenablaufes ist daher sinnvoll.



a) b)
Abbildung 7: Verhältnis Versuch/Rechnung für a) gesamte Datenbasis b) Schraubendruckfedern

Für die Ermittlung eines Teilsicherheitsfaktors j_{cn} zur Anpassung des Vertrauensniveaus wurde zunächst der Quotient aus versuchstechnisch ermittelter ertragbarer Spannungsamplitude $S_{BK_Versuch}$ und berechneter ertragbarer Spannungsamplitude $S_{BK_Rechnung}$ gebildet. Anschließend erfolgte eine Einteilung in 18 Klassen mit einer Klassenbreite von 0,04.

In einem weiteren Schritt wurde die Anzahl der Datenpunkte pro Klasse ermittelt und mit Hilfe der Normalverteilung beschrieben. Bei Mittelwert-Statistiken wird die Student-t Verteilung als die richtige angesehen. Mit ihr kann auch die Anzahl n der Eingangsgrößen berücksichtigt werden. Für sehr große Stichprobenumfänge, wie es auch hier der Fall ist, nähert sich die Student-t Verteilung der Normalverteilung an. Aufgrund der einfacheren Handhabbarkeit und der großen Stichprobenumfänge wurde deshalb für die Nachbildung der Summenhäufigkeit die Normalverteilung verwendet.

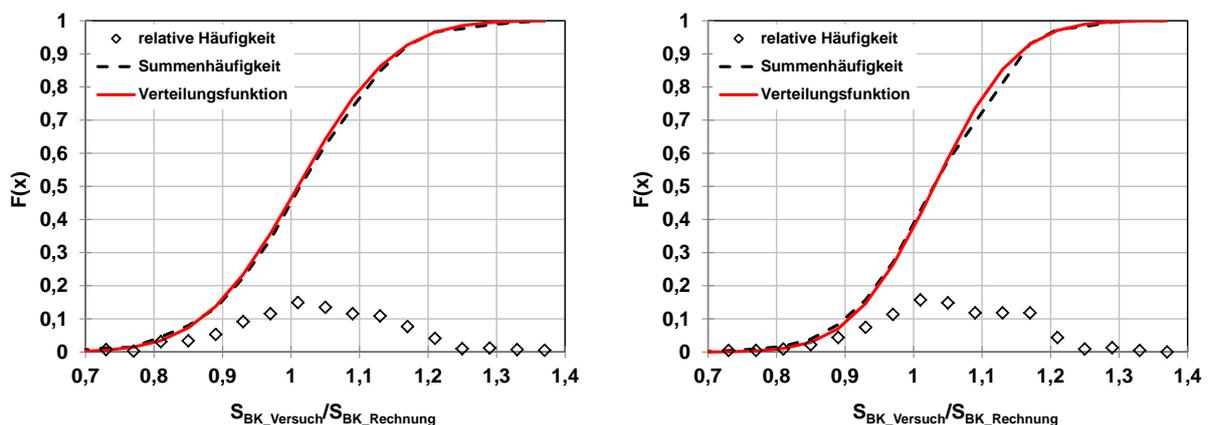
$$F(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{t-\mu}{\sigma}\right)^2} dt \quad 3$$

Der Erwartungswert μ sowie die Standardabweichung σ wurde so für die Verteilungsfunktion ermittelt, dass die Abweichungen zwischen der Summenhäufigkeit der klassierten Datenbasis und der Verteilungsfunktion minimal wurden.

Tabelle 1: Erwartungswert μ und Standardabweichung σ

	Erwartungswert μ	Standardabweichung σ
gesamte Datenbasis	1,01	0,11
Schraubendruckfedern	1,03	0,095

Mit den genannten Parametern der Normalverteilung ist es nun möglich, die Wahrscheinlichkeit $F(x)$ des Auftretens eines bestimmten Verhältnisses zwischen den ertragbaren Spannungsamplituden aus Versuch und Rechnung zu bestimmen. Im Umkehrschluss ist es entsprechend auch möglich, abhängig von der Wahrscheinlichkeit $F(x)$ das Verhältnis der ertragbaren Spannungsamplitude zwischen Versuch und Rechnung zu ermitteln.



a) **Abbildung 8:** Verteilungsfunktion für a) gesamte Datenbasis b) Schraubendruckfedern

Der Sicherheitsfaktor j_{cn} entspricht dem reziproken Verhältnis der ertragbaren Spannungsamplitude von Versuch und Rechnung. Der Sicherheitsfaktor j_{cn} bezieht sich auf den Mittelwert und gilt somit für eine mittlere Ausfallwahrscheinlichkeit $P_a=50\%$.

Tabelle 2: Sicherheitsfaktor j_{Cn} abhängig von Vertrauensniveau C ($C=1-F(x)$)

C(x)	gesamte Datenbasis			Schraubendruckfedern		
	90%	95%	99%	90%	95%	99%
$S_{BK_Versuch}/S_{BK_Rechnung}$	0,87	0,83	0,755	0,91	0,874	0,81
j_{Cn}	1,15	1,20	1,32	1,10	1,15	1,23

Für ein Vertrauensniveau von C=50% ist $j_{Cn}=1$ zu setzen.

Spannungs-Quantile mit höherer Zuverlässigkeit

Der statistische Umrechnungsfaktor j_s ist abhängig von der Streuverteilung der Betriebsbeanspruchung $f_B(x)$ und der Schwingfestigkeit $f_F(x)$. Unabhängig von der Verteilungsfunktion gilt für die Ausfallwahrscheinlichkeit P_A :

$$P_A = \int_0^{+\infty} f_B(x) \cdot \left[\int_0^x f_F(x) \cdot dx \right] \cdot dx \quad 4$$

Für den Fall, dass die Streuverteilung der Betriebsbeanspruchung $f_B(x)$ sowie der Schwingfestigkeit $f_F(x)$ mit Hilfe der logarithmisch normalen Streuverteilung beschrieben werden können, kann die Ausfallwahrscheinlichkeit P_A unter Verwendung einer normierten (bezogenen) Merkmalsgröße u_0 nach folgender Gleichung beschrieben werden.

$$P_A = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \int_{-\infty}^{u_0} \exp\left(-\frac{z^2}{2}\right) dz \quad 5$$

Für z gilt:

$$z = x_F - x_B \quad 6$$

Dabei ist x_F die normalverteilte Festigkeit, x_B die normalverteilte Beanspruchung und z die Differenz aus beiden Werten.

Für u_0 gilt:

$$u_0 = -m/s \quad 7$$

mit:

$$m = m_F - m_B \quad (\text{Mittelwert}) \quad 8$$

$$s = \sqrt{s_F^2 + s_B^2} \quad (\text{Standardabweichung}) \quad 9$$

Der Mittelwert m ergibt sich aus der Differenz zwischen dem Mittelwert der ertragbaren Beanspruchung und dem Mittelwert der einwirkenden Beanspruchung. Die Standardabweichung der Gauß'schen Summenkurve s ergibt sich aus der Standardabweichung der ertragbaren Beanspruchung s_F und der Standardabweichung der vorhandenen Lasten s_B . Die dargestellte Funktion ist nur numerisch lösbar, weshalb für bestimmte Ausfallwahrscheinlichkeiten die normierte Merkmalsgröße u_0 aus der Literatur entnommen wurde [Hai02].

Tabelle 3: Werte für u_0 für Lognormalverteilung

P_A	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5*}	10^{-6*}	10^{-7*}
u_0	-1,28	-2,33	-3,09	-3,72	-4,27	-4,75	-5,2

* Vereinfacht wird die Merkmalsgröße u_0 mit der Normalverteilung abgebildet. Bei Bedarf kann aber auch auf Weibullverteilung gewechselt werden.

Die Sicherheitszahl j_s ergibt sich für verschiedene Ausfallwahrscheinlichkeiten aus der normierten Merkmalsgröße und der Standardabweichung der Gauß'schen Summenkurve s.

$$j_s = 10^{-u_0 \cdot s} \quad 10$$

Die Standardabweichung der ertragbaren Beanspruchung ergibt sich aus:

$$s_F = \left(\frac{1}{2,56}\right) \cdot \log\left(\frac{1}{T_{S,F}}\right) \quad 11$$

Für die im Rahmen des Projektes untersuchten Werkstoffe ergaben sich die in Tabelle 4 zusammengefassten Streuspannen der ertragbaren Beanspruchungen $T_{S,F}$.

Tabelle 4: $1/T_{S,F}$ für die untersuchten Werkstoffe

$1/T_{S,F}$	ölschlussvergütet	patentiert gezogen	1.4310
nicht gestrahlt	1,25	1,30	1,40
gestrahlt	1,20	1,20	1,25

Die Standardabweichung der einwirkenden Beanspruchung s_B ergibt sich aus:

$$s_B = \left(\frac{1}{2,56}\right) \cdot \log\left(\frac{1}{T_{S,B}}\right) \quad 12$$

Praktische Anhaltswerte über die Streuspanne der einwirkenden Beanspruchung $T_{S,B}$ und somit der Standardabweichung s_B fehlen meist. Als Ausweg aus dieser Problematik ist ein konservativer Beanspruchungswert anzusetzen, der nur mit einer Eintrittswahrscheinlichkeit $P_e=1\%$ erreicht wird. Es handelt sich dabei um eine rechtsseitige Wahrscheinlichkeit und somit um eine Überschreitungshäufigkeit. Daraus ergibt sich eine vereinfachte Ausfallwahrscheinlichkeit P_A^* . Die Standardabweichung der einwirkenden Beanspruchung ist dann $s_B=0$ zu setzen. Das Verhältnis zwischen Ausfallwahrscheinlichkeit P_A und vereinfachter Ausfallwahrscheinlichkeit P_A^* hängt dabei von s_B , s_F und P_e ab. Folgende Fälle können zusammengefasst werden:

- $P_A=P_A^*$ für $s_B \ll s_F$ bei beliebigem P_e
- $P_A=P_e$ für $s_B \gg s_F$ bei beliebigem P_e
- $P_A < P_A^*$ für $P_A^* > P_e$ bei beliebigem s_B/s_F

Detaillierte Erläuterungen dazu sind [Hai02] zu entnehmen.

Tabelle 5: Sicherheitszahlen j_s

	P_A^*	10^{-1}	10^{-2}	10^{-3}	10^{-4}	10^{-5} *	10^{-6} *	10^{-7} *
	u_0	-1,28	-2,33	-3,09	-3,72	-4,27	-4,75	-5,2
$1/T_{S,F}$	s_F	j_s						
1,20	0,031	1,095	1,181	1,246	1,303	1,355	1,403	1,448
1,25	0,038	1,118	1,225	1,309	1,383	1,451	1,513	1,573
1,30	0,045	1,140	1,270	1,373	1,464	1,549	1,627	1,704
1,35	0,051	1,162	1,314	1,437	1,547	1,650	1,745	1,740
1,40	0,057	1,183	1,358	1,501	1,631	1,753	1,867	1,981

* mit Vorsicht zu verwenden

Gesamtsicherheitsfaktor

Der Gesamtsicherheitsfaktor j_{ges} ergibt sich aus dem Produkt von j_{cn} und j_s .

$$j_{ges} = j_{cn} \cdot j_s \quad 13$$

Für die Ermittlung des Auslastungsgrades als Ergebnis des Rechengangs gelten die in FKM Auflage 6 enthaltenen Gleichungen.

$$a_{BK} = \frac{\sigma_{a,l}}{\sigma_{BK_Rechnung}/j_{ges}} \leq 1 \quad (\text{für Normalspannung}) \quad 14$$

$$a_{BK} = \frac{\tau_{a,l}}{\tau_{BK_Rechnung}/j_{ges}} \leq 1 \quad (\text{für Schubspannung}) \quad 15$$

Die lokal vorhandenen Spannungsamplituden $\sigma_{a,l}$ bzw. $\tau_{a,l}$ sind durch die berechneten ertragbaren Spannungsamplituden $\sigma_{BK_Rechnung}$ bzw. $\tau_{BK_Rechnung}$ unter Berücksichtigung des Gesamtsicherheitsfaktors j_{ges} zu dividieren. Bei erfolgreichem Ermüdungsfestigkeitsnachweis muss der Auslastungsgrad a_{BK} stets kleiner gleich 1 sein. Dabei ist zu bemerken, dass es sich bei den vorhandenen Spannungsamplituden um die bereits genannten konservativen Beanspruchungswerte handeln muss (geringe Eintrittswahrscheinlichkeit P_e).

Zusammenfassung

Die im Rahmen des durchgeführten Projektes abgeleiteten Modifikationen und Anpassungen des bestehenden Rechengangs nach FKM machen diesen für Federn anwendbar. Sie wurden durch ein Expertenteam in einem Richtlinienentwurf zusammengefasst. Ergänzt wurde dieser Richtlinienentwurf durch Werkstofftabellen und Rechenbeispiele aus der industriellen Praxis. Es wurde so eine komprimierte Zusammenfassung der erzielten Ergebnisse des Projektes sowohl für Federhersteller als auch für Federanwender geschaffen. Zur Anwendung des neuen Berechnungskonzeptes werden in Zukunft Schulungen durch das STZ Federntechnik der TU Ilmenau angeboten.

Das IGF-Vorhaben 18495 BG des Forschungskuratorium Maschinenbau e.V. wurde über die AiF im Rahmen des Programms zur Förderung der industriellen Gemeinschaftsforschung und -entwicklung (IGF) vom Bundesministerium für Wirtschaft und Energie aufgrund eines Beschlusses des Deutschen Bundestages gefördert. Die Langfassung des Abschlussberichtes kann bei dem Forschungskuratorium Maschinenbau (FKM), Lyoner Straße 18, 60528 Frankfurt am Main, angefordert werden.

Literatur

- [Böh82] Böhme, J.; Heckel, K.: Die Vorhersage der Dauerschwingfestigkeit unter Berücksichtigung des statistischen Größeneinflusses. Z. f. Werkstofftechnik 13, Weinheim 1982
- [EN13906] DIN EN 13906: Zylindrische Schraubenfedern aus runden Drähten und Stäben, Berechnung und Konstruktion, 7/2002.
- [FKM12] FKM-Richtlinie: Rechnerischer Festigkeitsnachweis für Maschinenbauteile, 6. Auflage, VDMA Verlag, 2012.
- [Hai02] Haibach, E: Betriebsfestigkeit, Verfahren und Daten zur Bauteilberechnung, Springer-Verlag Berlin Heidelberg 2002.
- [IGF18495] Reich, R.; Kletzin, U.; Klein, M.; Oechsner, M.: Rechnerischer Festigkeitsnachweis für Federn und Federelemente. Abschlussbericht AiF-18495, 2017.
- [Zie77] Ziebart, W.; Heckel, K.: Ein Ansatz zur Berücksichtigung der Bauteilform und Bauteilgröße bei Lebensdauervorhersagen. Z. f. Werkstofftechnik, 1977

Technische Universität Ilmenau
 Max-Planck-Ring 12, 98693 Ilmenau
 Ansprechpartner ist René Reich
 Tel.: +49 3677 69-1818

rene.reich@tu-ilmenau.de

stz-federn@tu-ilmenau.de

www.tu-ilmenau.de