

Erneuerung der Dauerfestigkeitsschaubilder für kaltgeformte Schraubendruckfedern in DIN EN 13906-1 mit methodisch rechnerischer Herangehensweise

Martin PETRICH und Ulf KLETZIN, Fachgebiet Maschinenelemente, TU Ilmenau

Ende 2020 wurde das Forschungsprojekt IGF 19693 BR an der TU Ilmenau in Zusammenarbeit mit dem Verband der deutschen Federnindustrie e.V. (VDFI) mit dem Titel „Erneuerung der Dauerfestigkeitsschaubilder für kaltgeformte Schraubendruckfedern in DIN EN 13906-1 mit methodisch rechnerischer Herangehensweise“ abgeschlossen. Es wurde eine neue Methode zur Entwicklung von Schwingfestigkeitskennlinien für Druckfedern erarbeitet, die dann genutzt wurde, um für aktuelle Werkstoffe und Fertigungsverfahren passende Dauerfestigkeitsschaubilder für zylindrische Schraubendruckfedern zu erstellen.

In der Norm enthaltene Schwingfestigkeiten veraltet

Für die Auslegung und Berechnung von zylindrischen Schraubendruckfedern bilden die in Norm DIN EN 13906-1 [DIN13] enthaltenen mathematischen Beziehungen und Goodman-Diagramme die wesentliche Grundlage. Sie werden nicht nur national, sondern in ganz Europa sowie international in der Federbranche und bei Federanwendern eingesetzt. Die Schaubilder sind allerdings über 50 Jahre alt und entsprechen nicht mehr dem aktuellen Stand moderner Federwerkstoffe und Fertigungsverfahren und somit daraus hergestellter Federn.

Zehn der in DIN EN 13906-1 enthaltenen Goodman-Diagramme zeigen Torsionsschwingfestigkeitswerte kaltgeformter Federn. Dort ist der zulässige Spannungshub τ_{kH} in Abhängigkeit von der vorhandenen Unterspannung τ_{kU} , für eine vorgegebene Schwingspielzahl N der Schraubendruckfedern, aufgetragen. Laut Norm ist die Schwingfestigkeit von der Drahtsorte, der geforderten Lebensdauer (also der Schwingspielzahl N), vom Drahtdurchmesser d und der Kugelstrahlbehandlung sowie der Unterspannung τ_{kU} abhängig (Gleichung (1)).

$$\tau_{kH, \text{Norm}} = f(\text{Drahtsorte}, N, d, \text{Kugelstrahlen}, \tau_{kU}) \quad (1)$$

Seitdem haben sich zum einen die Drahtmaterialien gravierend verbessert (bspw. Metallurgie, Reinheit, Ziehprozess, Wärmebehandlungen, Zugfestigkeit, Toleranzen und Gleichmäßigkeit) und zum anderen ist mittlerweile bekannt, dass die Federgeometrie (Wickelverhältnis, Windungszahl, etc.) die Oberflächenbeschaffenheit des Drahtes, Prozessabfolgen und Prozessparameter bei der Federherstellung (Wärmebehandlung, Vorsetzen, Kugelstrahlen, usw.) sowie die Betriebsbedingungen einen wesentlichen Einfluss auf die Schwingfestigkeit der Federn haben [Rei10, Rei16, Gei15]. Diese Einflussfaktoren werden nach Norm derzeit nicht in der Auslegung berücksichtigt.

Gleichung (1) muss dementsprechend erweitert werden:

$$\tau_{kH,real} = f(\text{Drahtsorte, } N, d, \text{Kugelstrahlen, } \tau_{kU},) \text{ nach Norm und zusätzlich} \\ f(w, n_f, R_z, \text{Wärmebehandlung, Vorsetzen, Betriebsbedingungen}) \quad (2)$$

Für die Anwender der Norm folgt daraus eine gewisse Unsicherheit, da die Schaubilder teilweise sehr konservativ (ölschlussvergütete Drähte), teilweise aber auch kritisch (nichtrostende Drähte) sind, was derzeit durch kostenintensive Schwingversuche ausgeglichen werden muss. Kleine und mittlere Unternehmen (KMU) sind bei der Auslegung ihrer Federn zwingend auf aussagekräftige und aktuelle Normen bzw. Richtlinien angewiesen.

Deshalb fordern die Federhersteller eine anerkannte Methode zur statischen und zyklischen Federdimensionierung auf dem Stand der gegenwärtigen Technik und unter Einbeziehung der Erkenntnisse aus einer Vielzahl von abgeschlossenen Forschungsprojekten.

Neben der Unwirtschaftlichkeit bergen diese Unsicherheiten hohe rechtliche Risiken für Federhersteller und -anwender, die für wettbewerbsfähige Produkte leistungsfähige Federn einsetzen müssen, die dann aber nicht der geltenden Norm entsprechen. Es bestehen im Auslegungsprozess folgende wissenschaftlich-technischen Probleme:

- Die Dauerfestigkeitsschaubilder laut geltender Norm DIN EN13906-1, auf denen die Auslegung zyklisch beanspruchter Schraubendruckfedern basiert, sind veraltet.
- Wichtige schwingfestigkeitsbeeinflussende Faktoren wie Eigenspannungen (Kugelstrahlen, Vorsetzen, Winden), abweichende statische Materialparameter, Oberfläche und Federgeometrie (Größeneinflüsse) werden nach Norm nicht berücksichtigt.
- Bekannte Methoden zur Berücksichtigung dieser Einflüsse sind nicht anwendbar, da sowohl für die alten [DIN13] als auch für die moderneren Goodman-Diagramme [Kai02] die Herstell- und Prüfparameter nicht ausreichend bekannt sind und auch in [Rei17] nicht rückwirkend ermittelt werden konnten.

Das wesentliche Ziel des Forschungsvorhabens war deshalb die Entwicklung einer Methode zur Erneuerung dieser Dauerfestigkeitsschaubilder und insbesondere die Erstellung neuer Dauerfestigkeitsschaubilder. Dabei sollten sie so einfach wie die etablierten Goodman-Diagramme anwendbar sein.

Darstellung der Ausgangssituation

In der Norm [DIN13] wird zwischen **statischer und quasistatischer Beanspruchung** unterschieden. Statische Beanspruchung liegt vor, wenn die Beanspruchung zeitlich konstant ist. Quasistatische Beanspruchung beschreibt zeitlich veränderliche Beanspruchungen, die entweder das 0,1-fache der Dauerhubfestigkeit nicht überschreiten (Richtwert), oder seltene Betätigungen bis $N = 10^4$ auftreten. Die zulässigen Spannungen für kaltgeformte Federn, welche nach der Formgebung wärmebehandelt wurden, werden mit Bezug zur Zugfestigkeit R_m des Drahtes angegeben und sollten bei maximaler Einfederung nicht überschritten werden.

Bei **dynamischer Beanspruchung** sind die Dauerfestigkeitsschaubilder der Norm zur Auslegung von Schraubendruckfedern von essentieller Bedeutung. Darin können die zulässigen Torsionsschwingfestigkeiten für verschiedene Drahtwerkstoffe und Drahtdurchmesser für eine festgelegte Schwingspielzahl direkt abgelesen werden. Der Festigkeitsnachweis ist erbracht, wenn die Arbeitspunkte der vorhandenen Torsionsspannung die zulässige Oberspannung nicht überschreiten. Die Herangehensweise ist aus heutiger Sicht vereinfacht und diverse schwingfestigkeitsbeeinflussende Federeigenschaften können nicht berücksichtigt werden.

Lösungsweg

Das **Lösen dieser Probleme** unter Beibehaltung der einfachen Anwendbarkeit ist die **Motivation** für dieses **Forschungsvorhaben**. Neben den im Rahmen des Projektes zu entwickelnden neuen Dauerfestigkeitsschaubildern auf Basis geprüfter Referenzfedern (Material, Geometrie, Fertigung und Oberfläche umfänglich definiert und dokumentiert), sind zur weiteren Verbesserung der Genauigkeit entsprechende Methoden zur Übertragung der Schwingfestigkeitswerte der Referenzfedern auf ähnliche Federn erforderlich.

Um den Versuchsaufwand für die zahlreichen Material- und Federvarianten zu begrenzen, wurde ein Konzept zur rechnerischen Bestimmung der Schaubilder entwickelt. Dieses stützt sich einerseits auf einen Berechnungsalgorithmus aus IGF 18495 BG [Rei17], und andererseits auf eine sehr umfangreiche Schwingdatenbasis von Ergebnissen aus früheren, öffentlich geförderten Vorhaben, welche in Zusammenarbeit mit dem VDFI durchgeführt wurden. Um die Datenbasis für die neue Methode gezielt zu erweitern und die neuen Schaubilder zu validieren, wurden im Forschungsvorhaben verschiedenste experimentelle Untersuchungen durchgeführt.

Die im Rahmen des Forschungsvorhabens entwickelten Dauerfestigkeitsschaubilder sind für Standardanwendungen wie bisher direkt anwendbar. Über einfache, analytische Berechnungen kann die Ergebnisqualität bei Bedarf für Federn mit von den Referenzfedern abweichenden Eigenschaften (Geometrie, Fertigung) weiter verbessert werden. Abbildung 1 stellt die unterschiedlichen Herangehensweisen an die Schwingfestigkeitsbestimmung von Druckfedern einander anschaulich gegenüber.

DIN EN 13906-1	IGF 18495 BG „Rechnerischer Festigkeitsnachweis für Federn“	Erneuerung Schaubilder (Neue Methode)
Ausgangswert: Abgelesene Schwingfestigkeit τ_{kH} aus Schaubild	Ausgangswert: Zugfestigkeit (R_m , statisch) (evtl. $\sigma_{W,b}$, dynamisch) am Draht	Ausgangswert: Schwingfestigkeit τ_{kH1} von Referenzfedern
	<div style="border: 1px solid black; padding: 2px; margin-bottom: 2px;">R_m Werkstoff-Zugfestigkeit</div> <div style="text-align: center;">↓</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; margin-bottom: 2px;">$\sigma_{W,b}$ Werkstoff-Wechselfestigkeit Biegung</div> <div style="text-align: center;">↓</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; margin-bottom: 2px;">$\tau_{W,s}$ Werkstoff-Wechselfestigkeit Schub</div> <div style="text-align: center;">↓</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; margin-bottom: 2px;">τ_{WK} Bauteil-Wechselfestigkeit Schub</div> <div style="text-align: center;">↓</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; margin-bottom: 2px;">τ_{AK} Amplitude der Bauteil-Dauerfestigkeit</div> <div style="text-align: center;">↓</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; margin-bottom: 2px;">τ_{kH} Schwingfestigkeit Feder</div>	<div style="border: 1px solid black; padding: 2px; margin-bottom: 2px;">τ_{kH1} Schwingfestigkeit Referenzfeder aus Schaubild</div> <div style="text-align: center;">↓</div> <div style="border: 1px solid black; padding: 2px; margin-bottom: 2px;">τ_{kH2} Schwingfestigkeit ähnliche Feder</div>
τ_{kH} Schwingfestigkeit aus Normschaubild abgelesen		
Bewertung: Konservativ ausgelegt und keine Berücksichtigung wichtiger Faktoren	Bewertung: gute Genauigkeit, da Erfassung der wichtigen Faktoren; Berechnungsablauf und Konstanten auf Federn angepasst	Bewertung: Sehr genau und einfach anwendbar; integrale Erfassung aller Einflussfaktoren in der Referenzfeder
Nachteile: Herkunft und Details der Schwingfestigkeiten unklar. Keine Erfassung und Beachtung der genauen Einflussfaktoren auf Schwingfestigkeit möglich. Wichtige Fertigungseinflüsse werden nicht berücksichtigt	Nachteile: selbst bei optimaler Anwendung ist die Ergebnisqualität noch nicht gut genug, da Fehlerüberlagerung durch die multiplikative Verknüpfung der Rechenschritte; gute Ergebnisse auch nur mit hohem Aufwand bei der Ermittlung der Einflussfaktoren erkauf	Vorteile: geringer Aufwand durch rechnerische Übertragung auf ähnliche Feder; Neuerfassung aller Einflussfaktoren; Ablesen der Schwingfestigkeit in Diagrammen erleichtert und beschleunigt die Federauslegung

Abbildung 1: Vergleich der Methoden zur Ermittlung der Schwingfestigkeit

Von größter Bedeutung zur Erweiterung der vorhandenen Schwingdatenbasis sind die Dauerschwingversuche an 42 im Vorhaben ausgelegten und gefertigten, kaltgeformten Schraubendruckfedervarianten (Referenzfedern mit u.a. identischem Wickelverhältnis und Windungszahl) bis zu einer Schwingspielzahl $N = 10^7$. Die Federauslegung erfolgte auf Basis von Zug- und Torsionsversuchen an den Drahtmaterialien mit Drahtdurchmessern von 1mm bis 10mm, aus denen die Federn gefertigt wurden. Die ergänzenden Schwingversuche wurden während der Projektlaufzeit an der Forschungsstelle mit drei Schwingmaschinen und bei Mitgliedern des projektbegleitenden Ausschusses bei Raumtemperatur in nicht-korrosiver Umgebung bei konstanten Mittelspannungen durchgeführt.

Die gesamte Datenbasis für Schraubendruckfedern bestand letztlich aus 342 statistisch ausgewerteten Schwingfestigkeiten, welche ein Vielfaches (mehrere Tausend) an Einzelbrüchen an Federn beinhalten. Hervorzuheben ist die große Vielfalt an Versuchsbedingungen, Prüfmaschinen, Herstellbedingungen und Materialien, welche in diesen Daten enthalten sind und breite Anwendbarkeit der Schaubilder sicherstellen.

Die zyklischen Prüfungen wurden zudem durch zahlreiche weitere praktische Untersuchungen unterstützt. Dazu zählen die Aufzeichnung von Federkennlinien, Härtmessungen, die Bestimmung von Eigenspannungen auf Basis röntgenografischer Messungen an den Federoberflächen und die Messung der Oberflächenrauheit mittels Tastschnittgerät und Laser-Scanning-Mikroskop. Auch Schwingbruchanalysen und Kontaktwinkelmessungen an den Federenden wurden durchgeführt, um Brüche genauer zu charakterisieren.

Statistische Auswertung der Dauerschwingversuche

Ein besonderer Fokus lag auf der statistischen Auswertung der Dauerschwingversuche. Zu Projektbeginn wurde die etablierte Arcsin- \sqrt{P} -Methode nach DENGEL [Den75] eingesetzt. Im Projektverlauf kamen zusätzliche Betrachtungen zum modifizierten Probit-Verfahren nach HÜCK sowie zur Maximum-Likelihood-Methode hinzu. Nach intensivem Abwägen der Vor- und Nachteile verschiedener statistischer Auswerteverfahren, wurde die Maximum-Likelihood-Methode genutzt [Spi79, Mül15].

Mit der Maximum-Likelihood-Methode stellt die Mathematik ein Universalwerkzeug für die unterschiedlichsten Probleme bereit. Das Hauptziel ist es, Parameter zu finden, mit denen ein mathematisches Modell bzw. eine Funktion einen vorhandenen Datensatz mit der höchsten Wahrscheinlichkeit beschreibt. Diese sogenannte Likelihood-Funktion kann sich aus Teilfunktionen zusammensetzen, welche das Problem genügend beschreiben (Support-Funktionen). Die Funktion soll die Funktionsparameter als Optimierungsproblem bestmöglich zum Datensatz schätzen. Dazu wird die Likelihood-Funktion maximiert.

Die Basis für die Maximum-Likelihood-Auswertung der Ergebnisse aus den Schwingversuchen bildet die Modellierung der bilinearen Wöhlerlinie im doppelt logarithmischen Wöhlerdiagramm zur Ermittlung der Wöhlerlinienparameter (Abbildung 2). Diese Wöhlerlinie wird über einen Abknickpunkt (N_D , τ_D) sowie die Neigungen $k_{1\tau}$ und $k_{2\tau}$ definiert. Es wird angenommen, dass die Streuung in y -Richtung σ_τ über beide Bereiche konstant ist.

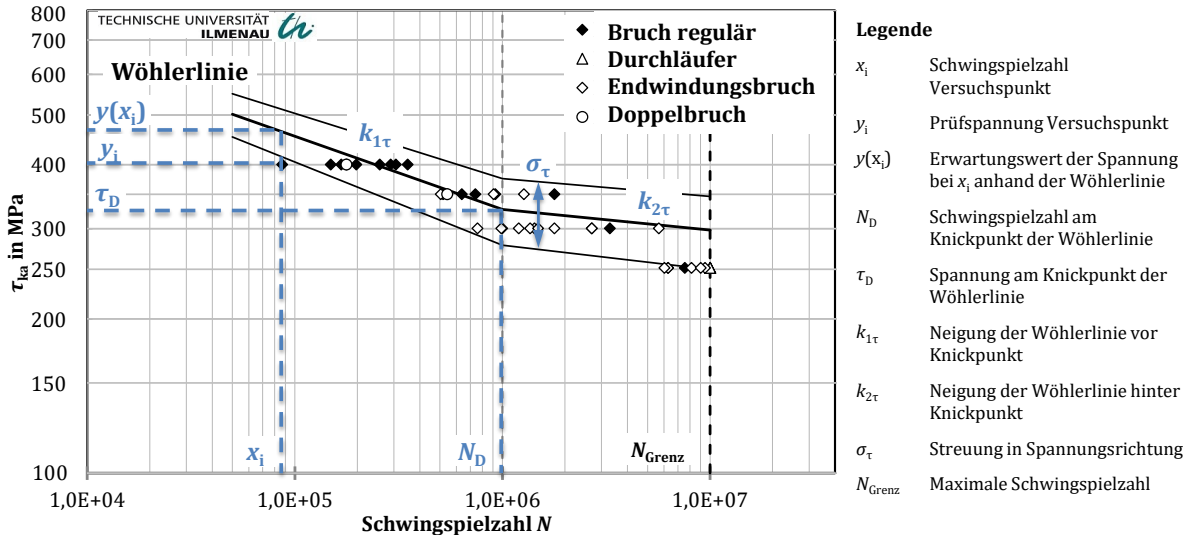


Abbildung 2: Maximum-Likelihood-Auswertung der Ergebnisse aus den Schwingversuchen im Wöhlerdiagramm

Der Zusammenhang zwischen Schwingspielzahlen und Spannungen wurde über die Neigungsexponenten k_τ hergestellt (Gleichung (3)). Damit war es möglich, vom Knickpunkt auf eine beliebige Lastwechselzahl oder Amplitude des Punktes N_i/τ_i (bzw. x_i/y_i) umzurechnen.

$$\frac{N_D}{N_i} = \left(\frac{\tau_i}{\tau_D}\right)^{k_{1\tau}} \text{ für } N_i \leq N_D \text{ und } \frac{N_D}{N_i} = \left(\frac{\tau_i}{\tau_D}\right)^{k_{2\tau}} \text{ für } N_i > N_D \quad (3)$$

Als nächstes musste das Verteilungsmodell festgelegt werden. Verschiedene Quellen empfehlen den Einsatz der Normalverteilung (GAUß-Verteilung), deren Dichtefunktion $f(x)$ Gleichung (4) beschreibt.

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2} \quad (4)$$

μ Erwartungswert

σ Standardabweichung

Die Dichtefunktion wird nun logarithmiert und für die beiden Abschnitte der bilinearen Wöhlerlinie im doppelt logarithmischen Wöhlerdiagramm aufgestellt. Die Supportfunktion für die Wöhlerlinie vor dem Knickpunkt wird sup_1 genannt. Sie beschreibt die Summe der Teilbeiträge (Teilsupporte) für jedes Bruchereignis mit $N_i \leq N_D$ (Gleichung (5)). Dies wird analog für Brüche mit $N_i > N_D$ als zweite Supportfunktion sup_2 durchgeführt (Gleichung (6)).

$$sup_1 = \sum^{n_1} \left(-\frac{1}{2} \cdot \frac{(\log(y_i) - \log(y(x_i)))^2}{\sigma_\tau^2} - \ln(k_{1\tau} \cdot \sigma_\tau) \right) \quad \text{für } N_i \leq N_D \quad (5)$$

$$sup_2 = \sum^{n_2} \left(-\frac{1}{2} \cdot \frac{(\log(y_i) - \log(y(x_i)))^2}{\sigma_\tau^2} - \ln(k_{2\tau} \cdot \sigma_\tau) \right) \quad \text{für } N_i > N_D \quad (6)$$

Die ersten beiden Supportfunktionen beziehen sich ausschließlich auf reguläre Bruchereignisse. Darum wird eine dritte Supportfunktion sup_z definiert (Gleichung (7)), welche die bei $N_{Grenz} = 10^7$ nicht gebrochenen Federn und die durch Endwindungsbrüche zu früh gebrochenen Federn als zensierte Daten bewertet. Der Ansatz für diese Funktion besteht im Wesentlichen aus dem GAUß'schen Fehlerintegral (Ausdruck in der großen Klammer in Gleichung (7)). Es beschreibt, vereinfacht ausgedrückt, die Wahrscheinlichkeit, mit der die nicht regulär gebrochene Feder im Vergleich zu einem regulären Bruch zu bewerten ist. Diese Gleichung muss, wie die obigen auch, einmal für $N_i \leq N_D$ und einmal für $N_i > N_D$ aufgestellt werden, damit die richtige Neigung der Wöhlerlinie benutzt wird.

$$sup_z = \sum^{n_z} \ln \left(\frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \int_{t_i}^{\infty} e^{-\frac{1}{2}u^2} du \right) \quad \text{mit } t_i = \frac{\log(y_i) - \log(y(x_i))}{\sigma_\tau} \quad (7)$$

Die genannten Supportfunktionen werden schließlich addiert und als Likelihood-Funktion betrachtet, welche es zu maximieren gilt.

$$\text{Max}(sup_1 + sup_2 + sup_z) \quad (8)$$

Nachdem die Support-Funktionen aufgestellt wurden, kann mit der Parameterfindung begonnen werden. Zu den bereits genannten Variablen des Knickpunktes N_D und τ_D sowie den Neigungen $k_{1\tau}$ und $k_{2\tau}$ kommt über die Supportfunktionen noch der Parameter der Streuung in y-Richtung σ_τ hinzu. Das Modell der Maximum-Likelihood-Methode wurde in die Excel-Dateien implementiert, welche für jede Federvariante bereits Federdaten, die Kennlinien sowie die Prüfergebnisse enthalten. Mithilfe eines Solvers werden die fünf zuvor genannten Parameter variiert, bis sich in der Zielzelle ein Maximalwert einstellt. Die 3 Standard-Solver-Varianten in Excel führten zu keiner zufriedenstellenden Auswertung der Ergebnisse. Darum wurde eine Alternative gesucht und mit OpenSolver (<https://opensolver.org/>) als Excel-Addin gefunden. Der darin integrierte Solver NOMAD

((Nonlinear Optimization by Mesh Adaptive Direct Search) ist ein Open Source Blackbox-Optimierer für nichtlineare Modelle.

Solver nähern sich über Iterationsverfahren von Start-Parametern dem gesuchten Optimum. Die Parameter können durch Randbedingungen auf sinnvoll erscheinende Bereiche eingegrenzt und somit die Lösungsfindung beschleunigt werden. Den Start-Parametern kommt eine besondere Bedeutung zu, da der Solver aufgrund des Rasterverfahrens auch in lokalen Optima die Lösung finden kann. Festgelegt wurde die Lösungssuche mit 5 Parameter-Startwerten je Suchlauf. Dazu zählen die Parameter der

- Arcsin \sqrt{P} -Wöhlerlinie (falls möglich)
- die für diese Feder u. Beanspruchung berechnete FKM-Wöhlerlinie für $P_A = 50\%$
- die FKM_Safe-Wöhlerlinie (FKM-Wöhlerlinie für $P_A = 50\% +$ Sicherheitsfaktoren)
- frei gewählt: $N_D = 5 \cdot 10^5$; $\tau_D = 270$ MPa; $k_{1\tau} = 8$; $k_{2\tau} = 50$; $\sigma_\tau = 0,1$
- frei gewählt: $N_D = 9 \cdot 10^6$; $\tau_D = 500$ MPa; $k_{1\tau} = 5$; $k_{2\tau} = 50$; $\sigma_\tau = 0,1$

Zudem wird die Lösungsfindung des Solvers über die Definition von Randbedingungen eingegrenzt. Eine Lösungsfindung wird damit üblicherweise in 1-2 min auf einem Standard-Notebook erreicht. Aufgrund der relativ kleinen Anzahl an Spannungsniveaus und vergleichsweise wenigen Prüf-Federn ist die Lösungsfindung jedoch stellenweise zwar optimal für die gegebenen Daten, die ermittelten Werte jedoch passen nicht immer in das zu erwartende Bild von Schwingfestigkeiten an vergleichbaren Metallfedern. Deutlich wird dies beispielsweise, wenn die Neigung nach dem Knickpunkt gegen die obere Begrenzung läuft (also die Kennlinie sehr flach wird) oder sich der Knickpunkt sehr in Richtung des höchsten Spannungsniveaus oder in Richtung $N_D = 10^7$ verschiebt (also die Grenzbereiche für N_D ausreizt). Dann ist zu vermuten, dass die Datenlage keine eindeutige Ermittlung eines Knickpunkts zulässt. Darum wurde festgelegt, dass mehrere Varianten der Auswertung miteinander verglichen werden sollen. Durch weitere Vorgaben ist der Solver in Variante 2 und 3 einzuschränken:

- Variante 1: 5 freie Parameter gemäß obiger Beschreibung
- Variante 2: die Lastwechselzahl des Knickpunktes wird auf $N_D = 10^6$ festgelegt
- Variante 3: sowohl $N_D = 10^6$ als auch $k_{2\tau}$ werden festgelegt
($k_{2\tau}$ materialspezifisch nach [FKM20]: ölschlussvergütet $k_{2\tau} = 25$;
patentiert gezogen $k_{2\tau} = 25$; korrosionsbeständig $k_{2\tau} = 15$)

Demzufolge muss der Solver je Wöhlerdiagramm bis zu 15 Lösungen suchen (5 Zielwerte je 3 Lösungsvarianten mit Unterschiedlichen Parameter-Freiheiten). Es stellte sich daher die Frage, welche Auswirkungen die drei unterschiedlichen Parameter-Freiheiten auf die Zielgrößen besitzen.

Der Solver ermittelt die besten Ergebnisse für eine einzelne Wöhlerlinie, wenn alle Parameter frei sind (höchste Werte der Likelihood-Funktion). Da die Vorgabe des Knickpunkts bei $N_D = 10^6$ und der werkstoffspezifischen Neigung $k_{2\tau}$ jedoch konform zur gewählten Methodik mit dem beschriebenen Berechnungsablauf ist, wurde für die Wöhlerlinienermittlung als Basis für die Bestimmung der Faktoren im FKM-Rechenablauf zur Erstellung der Dauerfestigkeitsschaubilder die dritte Auswertevariante gewählt.

Berechnung neuer Schwingfestigkeiten

Die rechnerische Neubestimmung von Schwingfestigkeitskennlinien erfolgte unter Anwendung des Richtlinienentwurfs *Rechnerischer Festigkeitsnachweis für Federn und Federelemente* aus IGF 18495 BG [Rei17] bzw. der darin entwickelten, gleichnamigen FKM-Richtlinie [FKM20].

Der Ausgangskennwert für die Berechnungen ist die Zugfestigkeit des Werkstoffes R_m . Dieser Wert steht entweder in den entsprechenden Drahtnormen (DIN EN 10270 1-3 [DIN17]) oder über die Drahtlieferanten bzw. eigene Zugversuche immer zur Verfügung.

Um den Festigkeitsnachweis vollständig durchführen zu können, werden der Werkstoff, der Drahtdurchmesser d , das Wickelverhältnis w , die Anzahl der federnden Windungen n_f , sowie die Zugfestigkeit R_m des nicht wärmebehandelten Drahtes benötigt. Weiterhin ist die Wärmebehandlungstemperatur erforderlich. Die Verformbarkeit des Werkstoffes (K^*) zur Berücksichtigung der Duktilität/Bruchdehnung, die Oberflächenrauheit in Form des Rauheitsfaktors $K_{R,\tau}$ sowie ein Schwingfestigkeitszuwachs durch das Kugelstrahlen sind einzuschätzen. Zudem werden die geforderte Schwingspielzahl N und die Ausfallwahrscheinlichkeit P_A benötigt. Die wesentlichen Schritte des Rechenablaufs zur Bestimmung des Auslastungsgrades der Feder a_{BK} sind in Abbildung 3 abgebildet.

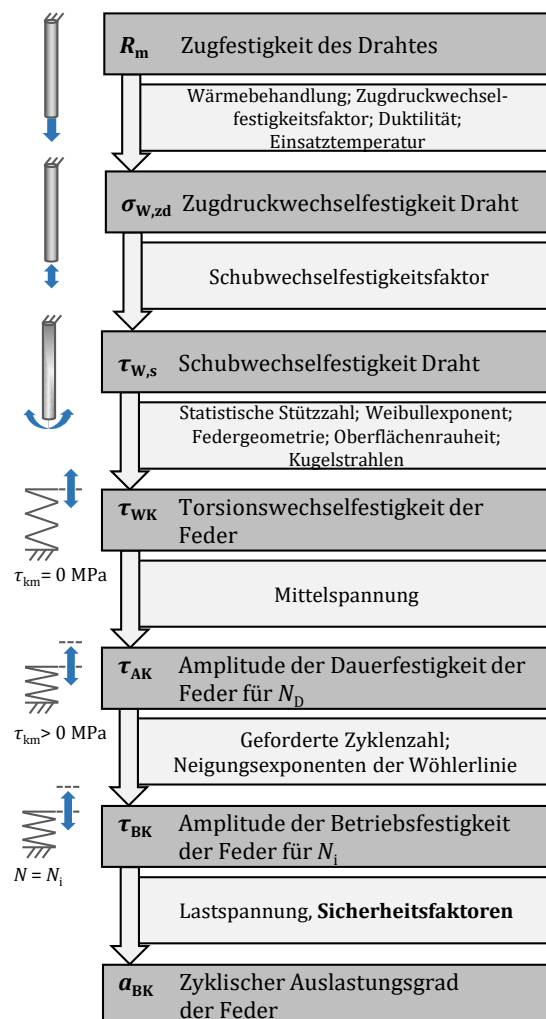


Abbildung 3: Schematische Darstellung des Rechnerischen Festigkeitsnachweises für Federn [Rei17] zur Ermittlung des zyklischen Auslastungsgrades von Federn

In dem Rechenablauf gibt es zahlreiche Faktoren, welche bei den einzelnen Schritten benutzt werden müssen. Diese Faktoren wurden in [Rei17] anhand der dort zusammengetragenen Datenbasis an verschiedensten Schwingversuchen ermittelt und sinnvoll festgelegt. Durch die neuen Schwingversuche an den Referenzfedern in dem hier vorgestellten Projekt wurde die Datenbasis signifikant erweitert. Darum wurden die Faktoren mit der Gesamtdatenbasis neu ermittelt. Da keine signifikanten Veränderungen zu verzeichnen waren, sind sie als bestätigt anzusehen.

Ein Beispiel der Gegenüberstellung von rechnerischen und versuchstechnisch ermittelten Schwingfestigkeiten bei einer Ausfallwahrscheinlichkeit von $P_A = 50\%$ zeigt Abbildung 4. Die Streuung um das Optimum (Diagonale) wird über ein Sicherheitskonzept berücksichtigt, wie nachfolgend vorgestellt.

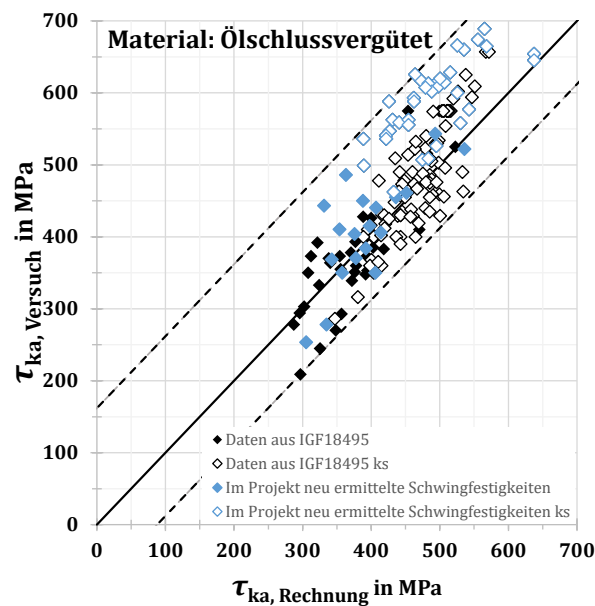


Abbildung 4: Vergleich der berechneten mit den versuchstechnisch ermittelten Schwingfestigkeiten (ks – kugelgestrahlt)

Das Sicherheitskonzept

Die nun errechneten Schwingfestigkeitskennlinien wurden durch die Anwendung eines ebenfalls in der Richtlinie enthaltenen, zweistufigen Sicherheitskonzepts derart verringert, dass sie hinsichtlich realer Versuchsdaten als konservativ zu bewerten sind. Die in den Schaubildern abgelesenen zulässigen Spannungen fallen also geringer aus als die abgeprüften Spannungen.

Die Notwendigkeit eines Sicherheitskonzepts leitet sich aus zwei wesentlichen Gründen ab, welche bislang nicht in den Schaubildern der Norm DIN EN 13906-1 berücksichtigt werden können.

Der Berechnungsablauf nach [Rei17] beinhaltet Berechnungsfaktoren, welche über eine Minimierung der Abweichungen von Schwingfestigkeiten aus Versuchen zu berechneten Werten ermittelt wurden. Dabei musste berücksichtigt werden, dass einerseits eine unvermeidbare Streuung zwischen Versuchswerten und Berechnungen bestehen bleibt, da die Berechnungsfaktoren nur für jeweils eine Werkstoffgruppe „zusammenfassend“ bestimmt wurden. Diese Streuung muss demzufolge derart berücksichtigt werden, dass ein Großteil der Punkte im sicheren Bereich liegt (d.h. die Berechnung ist konservativ gegenüber den realen Werten). **Dafür wurde der Teilsicherheitsfaktor j_{Cn} zum Vertrauensniveau der Datenbasis $C(x)$ definiert.**

Andererseits wurden die Auswertungen mit einer Überlebenswahrscheinlichkeit von $P_{\ddot{u}} = 50\%$ durchgeführt, da dieser Wert insbesondere bei älteren Projekten dokumentiert ist. Auch treten nur geringe Abweichungen der Ergebnisse auf, die die verschiedenen Auswertemodelle (Weibull, Probit, Arcsin \sqrt{P} , ...) liefern. Dies macht die Daten besser vergleichbar. Der Wert von 50% Ausfall- bzw. Überlebenswahrscheinlichkeit ist jedoch bei der Federdimensionierung nicht praktikabel. **Daher wurde der Teilsicherheitsfaktor zur Verringerung der Ausfallwahrscheinlichkeit j_S definiert.**

Das Produkt der Teilsicherheitsfaktoren beschreibt den **Gesamtsicherheitsfaktor j_{ges}** .

Für die Darstellung der Schaubilder wurden das **Vertrauensniveau der Datenbasis mit $C = 95\%$** und die **Überlebenswahrscheinlichkeit bei $P_{\ddot{u}} = 99,9\%$** festgesetzt. Damit ergibt sich, abhängig von der Werkstoffgruppe und der Kugelstrahlbehandlung, ein Gesamtsicherheitsfaktor von **$j_{ges} = 1,44 \dots 1,73$** .

Die neuen Schaubilder bieten somit durch die bekannten Feder- und Herstellparameter sowie die bekannten statistischen Methoden gegenüber dem Stand der Technik einen deutlichen Erkenntniszugewinn.

Darstellung der neuen Schwingfestigkeiten in Form von Schaubildern

Mit den beschriebenen Untersuchungen und abgeleiteten Schaubildern und Methoden besteht nun die Möglichkeit, bedeutende Beiträge für Neuauflagen von Normen bereitzustellen und vorzubereiten. Die Federnbranche soll von dem Vorhaben, den darin entwickelten Ideen und Überlegungen in hohem Maß profitieren.

Ein weiterer, als langfristig hilfreich zu betrachtender Aspekt könnte sein, dass die gewohnte Darstellungsform der Diagramme (nach Goodman) zu in anderen Bereichen der Bauteilfestigkeit etablierten Schaubildern (nach Haigh) erweitert wird. Die Darstellung der neuen Schaubilder sollte letztlich möglichst einfach anwendbar bleiben, obwohl die inhaltliche Komplexität zur Erstellung der Diagramme deutlich umfangreicher ist, als bisher in den bestehenden Norm-Schaubildern ersichtlich wird.

Für die Federn, deren Kennlinien in den neuen Schaubildern enthalten sein sollten, wurden folgende Festlegungen und Annahmen getroffen:

- Die neuen Schaubilder enthalten Kennlinien von kaltgeformten, vorgesetzten, zylindrischen Schraubendruckfedern für $N = 10^6$ und 10^7 Lastwechsel.
- Die Zugfestigkeit R_m , welche jeder abgebildeten Kennlinie zugrunde liegt, bezieht sich auf den **Mittelwert der Zugfestigkeitsbereiche** laut Drahtnorm.
- Die Federgeometrie besitzt $w = 6$ und $n = 6,5$ ($n_f = 4,5$ laut Norm).
- Die Drahtdurchmesser bewegen sich im Bereich zwischen 1 und 10 mm.
- Die Oberflächenrauheit wurde als **Mittelwert zwischen hoch und niedrig** angenommen (Details zum Rauheitsfaktor siehe [Rei17]).
- Für Schaubilder von kugelgestrahlten Federn wurde ein **hoher Festigkeitszuwachs** festgelegt ($\Delta\tau_{ES} = 180 \text{ MPa}$), da die Ermittlung der Parameter des Berechnungsalgorithmus mit diesem Wert vorgenommen wurde.
- Es wurde ein Vertrauensniveau der Datenbasis $C = 95\%$ und eine Ausfallwahrscheinlichkeit $P_A = 0,1\%$ für alle Schaubilder festgelegt.
- Die Begrenzung durch die **statische Festigkeit** wurde als **Strichlinie** in den Schaubildern eingezeichnet. Da der statische Festigkeitsnachweis nach Norm separat zu erbringen ist, dient die Strichlinie in den Diagrammen lediglich zur Orientierung.

Mit diesen Randbedingungen konnten die Schaubilder berechnet werden. Insgesamt wurden 24 Schaubilder in je zwei Darstellungsformen (Goodman- bzw. Haigh-Diagramm) für die Schwingspielzahlen $N = 10^6$ und $N = 10^7$ erzeugt, welche die Drahtsorten FDSiCr, VDSiCr, VDSiCrV, DH, 1.4310 und 1.4568 abbilden (Beispiel: „Schaubild 8“ in Abbildung 5). Zusätzlich zur gezeigten Kompaktdarstellung wurden die Diagramme im Stil der [DIN13] erstellt und die Zusatzangaben in unabhängige Tabellen ausgelagert. Damit sind die neuen Schaubilder genauso anwendbar wie in der Norm.

In Zusammenarbeit mit dem VDFI wurde daraufhin ein Leitfaden erstellt, wie die Schaubilder anzuwenden und zu erproben sind. Um das Ziel zu erreichen, die Norm mit den neuen Schaubildern und Methoden zu aktualisieren, ist eine breite Validierung und Unterstützung in Europa erforderlich. Der Leitfaden bietet den notwendigen Rahmen dazu und enthält einen Fragebogen für Rückmeldungen.

Ansprechpartner: VDFI / Dr. Andres Weinrich weinrich@federnverband.de

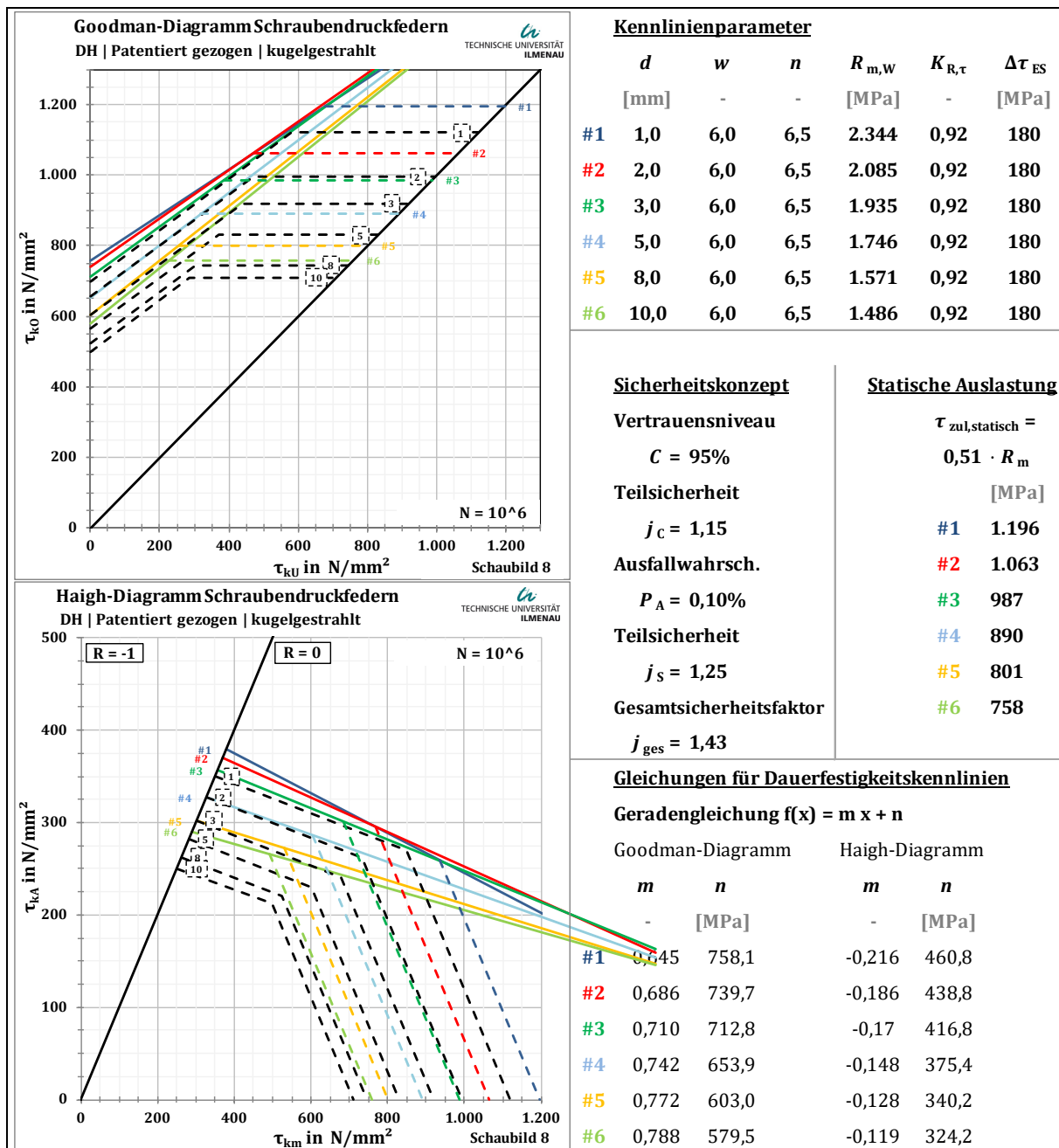


Abbildung 5: Beispiel eines neuen Festigkeitsschaubilds (Schaubild 8) mit detaillierten Informationen zu den Kennlinien. Zusätzlich sind entsprechend farbige Strichlinien als Hinweis auf die statische Auslastung eingezeichnet. (Die schwarzen Strichlinien zeigen die gültigen Kennlinien der aktuellen Norm für diese Federvariante)

Statische Auslastbarkeit (Horizontalen in Goodman-Diagrammen)

Erfahrungen und Berichte aus vorangegangenen Forschungsvorhaben und aus der industriellen Praxis haben gezeigt, dass die in DIN EN 13906-1 eingezeichneten horizontalen Begrenzungen der Schwingfestigkeit überwiegend konservativ in Hinblick auf die Auslastbarkeit moderner Drahtwerkstoffe sind.

Um die Unklarheiten zu lösen, wurde ein Ansatz zur Ermittlung der statischen Auslastbarkeit als Summe aus der Torsionsfließgrenze des Materials τ_{tF} und den Setzeigenspannungen $\tau_{ES,Setzen}$ entwickelt (Gleichung (9)). Die Gleichung kann herangezogen werden, wenn die tatsächliche Fließgrenze des gewünschten Drahtes

bekannt ist und die Eigenspannungen infolge des Setzens bestimmt wurden. In der Praxis ist dieser Weg für die meisten Federauslegungen, insbesondere in KMU, nicht praktikabel. Wünschenswert war stattdessen, einen Bezug zur Drahtzugfestigkeit R_m herzustellen, da dieser Kennwert immer und für jeden verfügbar ist. Dafür wurde der Faktor y definiert.

$$\tau_{\text{zul, statisch}} = \tau_{\text{tF}} + \tau_{\text{ES, Setzen}} = \frac{x \cdot R_m}{\sqrt{3}} + 0,06 \cdot R_m = \left(\frac{x}{\sqrt{3}} + 0,06 \right) \cdot R_m = y \cdot R_m \quad (9)$$

In diesem und weiteren Forschungsvorhaben, welche die Forschungsstelle in den letzten Jahren bearbeitete, wurden umfangreiche Torsions- und Zugversuche mit Feindehnungs- und Feinschiebungsaufnehmern an Drahtabschnitten eines Drahrings durchgeführt. So konnte einerseits die Torsionsfließgrenze relativ genau bestimmt werden und andererseits kann eine Korrelation mit der Zugfestigkeit aufgezeigt werden. Die somit neu ermittelten Faktoren x und y sind in Tabelle 1 zusammengefasst.

Tabelle 1: Werkstoffspezifische Empfehlungen für Teilfaktor x und daraus abgeleitet y

Material	$x = \bar{x}$	$y = \frac{\bar{x}}{\sqrt{3}} + 0,06$
Öschlussvergütet	0,85	0,55
Patentiert gezogen	0,78	0,51
1.4310	0,60	0,41
1.4568	0,66	0,44

Mit dem zuvor beschriebenen Ansatz war es erstmals möglich, die statische Auslastbarkeit von Federn mit einer nachvollziehbaren Berechnungsgleichung auf Basis der Torsionsfließgrenze und Setzeigenspannungen zu bestimmen. Die zukünftigen Dauerfestigkeitsschaubilder sollten jedoch nicht mit den Horizontalen als „harte Begrenzung“ versehen sein. Zur Orientierung wurde jedoch eine Begrenzung in Form einer Strichlinie, bestimmt durch den neuen Ansatz, eingetragen. In jedem Fall muss der Hinweis gegeben werden, dass die Lage der Hinweislinie konservativ ist, und bei Federauslegungen in diesem Bereich eine gezielte Bestimmung der Kennwerte für den konkreten Anwendungsfall erfolgen sollte.

Übertragungsmethodik von Festigkeiten aus Schaubildern auf beliebige Federn

Zusätzlich wurde eine neue Methode entwickelt, um eine rechnerische Übertragung von Schwingfestigkeiten aus den Schaubildern auf andere, ähnliche Federn zu ermöglichen. Die Auslegungsqualität kann so weiter gesteigert werden – was aber nur bei kritischen Auslegungen notwendig ist. Eigenspannungen infolge des Vorsetzens bzw. infolge einer Kugelstrahlbehandlung können mithilfe einer Mittelspannungsverschiebung noch besser berücksichtigt werden. Ebenso können nun Aussagen zur statischen Auslastbarkeit der Drähte bzw. Federn auf Basis von rechnerisch bestimmten Torsionsfließgrenzen und den abgeschätzten Setzeigenspannungen getroffen werden. Die zulässigen statischen Spannungen sind als horizontale Strichlinien in den neuen Goodman-Schaubildern enthalten und dienen dem Anwender als zusätzliche Orientierung.

Ausblick

Die vorgestellten Schaubilder und Methoden sind Ergebnisse eines Forschungsvorhabens und leisten einen bedeutenden Beitrag für die moderne Federauslegung und befähigen Federhersteller (insbesondere KMU) wettbewerbsfähige und gleichzeitig sichere Produkte zu erzeugen. Die Ergebnisse wurden so aufbereitet, dass eine einfache Anwendbarkeit sichergestellt ist.

Damit haben die neu erzeugten Schaubilder das Potential, zukünftig in die Norm DIN EN 13906-1 aufgenommen zu werden, um die veralteten, bisher dort abgedruckten Schaubilder zu ersetzen.

Eine Revision der Norm kann jedoch nur erfolgen, wenn es genügend Unterstützung seitens Federherstellern und -anwendern im europäischen Raum gibt.

Darum ruft die Forschungsstelle in Zusammenarbeit mit dem VDFI dazu auf, die Festigkeiten in den Schaubildern anhand Ihrer eigenen Erfahrungen und Daten zu überprüfen und eine Rückmeldung zu geben. Ein Leitfaden dafür, der nochmal detailliert die Entstehung der Schaubilder und deren Handhabung dokumentiert, kann beim VDFI angefordert werden.

Förderhinweis

Das IGF-Vorhaben 19693 BR der Forschungsgesellschaft Stahlverformung e.V. wurde über die AiF im Rahmen des Programms zur Förderung der industriellen Gemeinschaftsforschung und -entwicklung (IGF) vom Bundesministerium für Wirtschaft und Energie aufgrund eines Beschlusses des Deutschen Bundestages gefördert. Die Langfassung des Abschlussberichtes kann bei der FSV, Goldene Pforte 1, 58093 Hagen, angefordert werden.

Kontakt zur Forschungsstelle

M. Sc. Martin Petrich und Prof. Dr.-Ing. Ulf Kletzin

Technische Universität Ilmenau
Institut für Maschinen- und Gerätekonstruktion
Fachgebiet Maschinenelemente
Max-Planck-Ring 12
98693 Ilmenau

Ansprechpartner: Martin Petrich

Tel.: +49 3677 69-1865

Martin.Petrich@TU-Ilmenau.de

stz-federn@tu-ilmenau.de

www.tu-ilmenau.de/maschinenelemente

Literaturverzeichnis

- [DIN13] DIN EN 13906-1:2013-11, Zylindrische Schraubenfedern aus runden Drähten und Stäben - Berechnung und Konstruktion – Teil 1: Druckfedern, 2013
- [DIN17] DIN EN 10270 1-3 Federstahldraht, 2017
- [FKM20] FKM FORSCHUNGSKURATORIUM MASCHINENBAU E.V. (Hrsg.): Rechnerischer Festigkeitsnachweis für Federn und Federelemente – FKM Richtlinie für Federn und Federelemente. VDMA-Verlag, Frankfurt am Main, 2020
- [Gei15] GEINITZ, V.; KLETZIN, U.; BEYER, P.: Wärmebehandlung kalt geformter Federn – Abschlussbericht zum Forschungsvorhaben IGF 17627BR, Ilmenau, 2015
- [Kai02] KAISER, B.: Dauerfestigkeitsschaubilder für hochbeanspruchte Schraubendruckfedern. Draht, Heft 4, 2002, Seite 48-53
- [Mül15] MÜLLER, C.: Zur statistischen Auswertung experimenteller Wöhlerlinien. Universitätsbibliothek Clausthal, Clausthal-Zellerfeld, 2015
- [Rei10] REICH, R.; KLETZIN, U.: Lebensdauervorhersage für Schraubendruckfedern – Abschlussbericht zum Forschungsvorhaben IGF 15747 BR, Ilmenau, 2010
- [Rei16] REICH, R.: Möglichkeiten und Grenzen bei der Auslegung von Schraubendruckfedern auf Basis von Umlaufbiegeprüfungen. Dissertation, IMGK Institut für Maschinen- und Gerätekonstruktion, TU Ilmenau, 2016
- [Rei17] REICH, R.; KLETZIN, U.; OECHSNER, M.; SPIES, A.; KLEIN, M.: Rechnerischer Festigkeitsnachweis für Federn und Federelemente – Abschlussbericht zum Forschungsvorhaben IGF 18495, Ilmenau, Darmstadt, 2017
- [Spi79] SPINDEL, L.; HAIBACH, E.: The method of maximum likelihood applied to the statistical analysis of fatigue data. International Journal of Fatigue, (Jahrgang 1)Heft 2, 1979, S. 81–88